PRÓBNY EGZAMIN GIMNAZJALNY Z MATEMATYKI

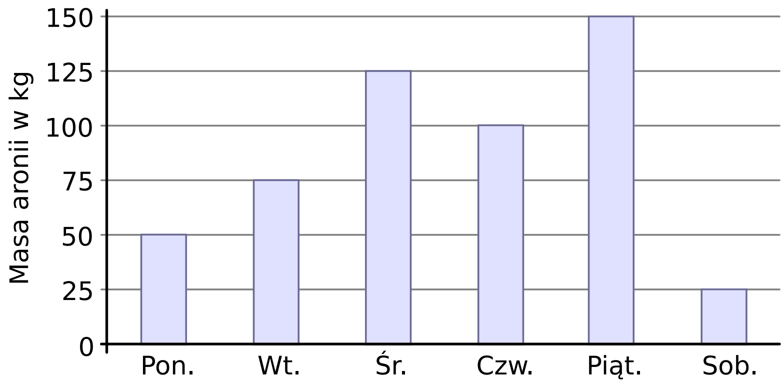
ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS WWW.ZADANIA.INFO

1 KWIETNIA 2017

CZAS PRACY: 90 MINUT

Informacja do zadań 1 i 2

Pan Łukasz przez sześć kolejnych dni tygodnia pracował przy zbiórce aronii. Na diagramie przedstawiono wyniki jego zbiorów.



ZADANIE 1 (1 PKT)

Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.
Z informacji podanych na diagramie wynika, że pan Łukasz
A) w czwartek zebrał więcej aronii niż w kolejnym dniu.
B) w ciągu pierwszych trzech dni zebrał tyle samo aronii, co w ciągu trzech kolejnych dni.
C) w poniedziałek zebrał trzy razy więcej aronii niż w sobotę.
D) w sobotę zebrał trzy razy mniej aronii niż we wtorek.

ROZWIĄZANIE

Sprawdzamy po kolei.
W czwartek pan Łukasz zebrał 100 kg, a w piątek 150 kg.
W ciągu pierwszych trzech dni zebrał $50 + 75 + 125 = 250$ kg aronii, a w ciągu trzech kolejnych zebrał $100 + 150 + 25 = 275$ kilogramów.
W poniedziałek pan Łukasz zebrał dwa razy więcej aronii niż w sobotę, a w sobotę 3 razy mniej niż we wtorek.

Odpowiedź: **D**

ZADANIE 2 (1 PKT)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Pan Łukasz zbierał średnio 85 kg aronii dziennie.	**P**	**F**
Gdyby pan Łukasz w sobotę zebrał dwa razy więcej owoców, to w sumie zebrałby 550 kg aronii.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Pan Łukasz zebrał w sumie

$$50 + 75 + 125 + 100 + 150 + 25 = 525$$

kilogramów owoców. Średnio zbierał więc

$$\frac{525}{6} = \frac{175}{2} = 87,5 \text{ kg}$$

owoców dziennie.

Gdyby w sobotę zebrał o 25 kilogramów owoców więcej, to w sumie zebrałby

$$525 + 25 = 550$$

kilogramów aronii.

Odpowiedź: **F, P**

ZADANIE 3 (1 PKT)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Odległość między punktami, które na osi liczbowej odpowiadają liczbom $\frac{3}{7}$ i $-3,7$ jest równa

A) $-3,7 - \frac{3}{7}$ B) $\frac{3}{7} + 3,7$ C) $\frac{3}{7} - 3,7$ D) $3,7 - \frac{3}{7}$

ROZWIĄZANIE

Większą z liczb jest $\frac{3}{7}$, a mniejszą $-3,7$. Odległość między tymi liczbami jest więc równa

$$\frac{3}{7} - (-3,7) = \frac{3}{7} + 3,7.$$

Odpowiedź: **B**

ZADANIE 4 (1 PKT)

Dane są liczby

$$\text{I. } (-0,5)^{-573} \qquad \text{II. } (-0,25)^{-288} \qquad \text{III. } 15^{143} \qquad \text{IV. } 8^{191}$$

Która z tych liczb jest największa? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A) I B) II C) III D) IV

ROZWIĄZANIE

Zauważmy najpierw, że

$$(-0,5)^{-573} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-573} = (-2)^{573} = -2^{573} < 0$$
$$(-0,25)^{-288} = \left(-\frac{1}{4}\right)^{-288} = (-4)^{288} = 4^{288} = (4^2)^{144} = 16^{144} > 15^{143}$$
$$8^{191} = (2^3)^{191} = 2^{573}.$$

Pozostaje teraz zauważyć, że

$$4^{288} = (2^2)^{288} = 2^{576} > 2^{573}.$$

Odpowiedź: **B**

ZADANIE 5 (1 PKT)

Ile jest liczb dwucyfrowych parzystych, które przy dzieleniu przez 9 dają resztę 2 i jednocześnie są podzielne przez 7?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

ROZWIĄZANIE

Sposób I

Liczby dwucyfrowe, które przy dzieleniu przez 9 dają resztę 2 to

$$11, 20, 29, 38, 47, 56, 65, 74, 83, 92.$$

Wśród tych liczb jest tylko jedna parzysta podzielna przez 7: 56.

Sposób II

Wypisujemy liczby dwucyfrowe parzyste podzielne przez 7:

$$14, 28, 42, 56, 70, 84, 98.$$

Teraz sprawdzamy, w których z tych liczb suma cyfr daję resztę 2 przy dzieleniu przez 9. Tak jest tylko w przypadku liczby 56.

Odpowiedź: **A**

ZADANIE 6 (1 PKT)

W tabeli podano, w jaki sposób zmienia się cena biletu na górskim wyciągu linowym w ciągu całego roku.

Cena podstawowa biletu na wyciąg	50 zł
Cena biletu w sezonie zimowym	cena podstawowa podwyższona o 140%
Cena biletu w sezonie letnim	cena podstawowa obniżona o 30%
Cena biletu poza sezonem zimowym i letnim	cena podstawowa

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Bilet na wyciąg w sezonie letnim jest tańszy od biletu w sezonie zimowym o
A) 70 zł B) 15 zł C) 85 zł D) 55 zł

ROZWIĄZANIE

W sezonie zimowym bilet kosztuje

$$50 + 50 \cdot 140\% = 50 + 50 \cdot 1,4 = 50 + 70 = 120 \text{ zł},$$

a w sezonie letnim cena biletu jest równa

$$50 - 50 \cdot 30\% = 50 - 50 \cdot 0,3 = 50 - 15 = 35 \text{ zł}.$$

Cena w sezonie letnim jest więc niższa o

$$120 - 35 = 85 \text{ zł}.$$

Odpowiedź: **C**

ZADANIE 7 (1 PKT)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Liczba $\sqrt{\sqrt[3]{0,000064}}$ jest równa
A) 0,02 B) 0,2 C) 0,04 D) 0,08

ROZWIĄZANIE

Liczymy

$$\sqrt{\sqrt[3]{0,000064}} = \sqrt{\sqrt[3]{64 \cdot 10^{-6}}} = \sqrt{\sqrt[3]{4^3 \cdot 10^{-6}}} = \sqrt{4 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-1} = 0,2.$$

Odpowiedź: **B**

ZADANIE 8 (1 PKT)

Na wycieczkę szkolną pojechali uczniowie dwóch klas: klasy IIa i IIb. Liczba uczniów klasy IIa stanowi $\frac{3}{4}$ liczby uczniów klasy IIb. Ponadto $\frac{2}{3}$ uczniów każdej z klas stanowią dziewczęta. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Na wycieczkę pojechało dwa razy więcej dziewcząt niż chłopców.	**P**	**F**
Na wycieczkę pojechało 3 razy więcej uczniów klasy IIb niż klasy IIa.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Wiemy, że dziewczęta stanowią $\frac{2}{3}$ uczniów biorących udział w wycieczce. W takim razie chłopcy stanowią $\frac{1}{3}$ wszystkich uczniów, czyli jest ich dwa razy mniej.

Wiemy ponadto, że uczniowie klasy IIa stanowią $\frac{3}{4}$, a nie $\frac{1}{3}$ uczniów klasy IIb.

Odpowiedź: **P, F**

ZADANIE 9 (1 PKT)

Na ulicznym straganie z kwiatami sprzedano tyle samo róż, co tulipanów oraz 16 goździków. Goździki stanowiły 12,5% liczby sprzedanych kwiatów. **Ile tulipanów sprzedano na straganie? Wybierz odpowiedź spośród podanych.**

A) 56 B) 28 C) 64 D) 112

ROZWIĄZANIE

Wiemy, że goździki stanowiły

$$12,5\% = \frac{12,5}{100} = \frac{125}{1000} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$$

wszystkich sprzedanych kwiatów, więc w sumie sprzedano $8 \cdot 16 = 128$ kwiatów. Wśród nich było $128 - 16 = 112$ róż i tulipanów, więc tulipanów było $\frac{112}{2} = 56$.

Odpowiedź: **A**

ZADANIE 10 (1 PKT)

Jeżeli odcinek AB podzielimy na 80 równych części, to każda część ma długość 0,15 cm. Który wzór opisuje zależność między liczbą równych części (x), na którą dzielimy odcinek AB, a długością (y) jednej takiej części w milimetrach?

Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A) $y = \frac{1,2}{x}$ B) $y = \frac{120}{x}$ C) $y = 120x$ D) $y = \frac{x}{1,2}$

ROZWIĄZANIE

Długość odcinka AB jest równa

$$80 \cdot 0,15 \text{ cm} = 10 \cdot 1,2 = 12 \text{ cm} = 120 \text{ mm}.$$

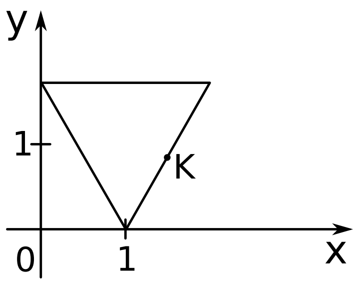
Po podziale tego odcinka na x części każda część ma długość

$$y = \frac{120}{x} \text{ mm}.$$

Odpowiedź: **B**

ZADANIE 11 (1 PKT)

W układzie współrzędnych narysowano trójkąt równoboczny tak, że jednym z jego wierzchołków jest punkt $(1,0)$, jeden z wierzchołków jest na osi Oy, a jeden z jego boków jest równoległy do osi Ox (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Współrzędne środka K boku trójkąta są równe

A) $\left(\frac{4}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ B) $\left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ C) $\left(\frac{3}{2}, \frac{2}{3}\right)$ D) $\left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$

ROZWIĄZANIE

Bok trójkąta ma długość 2, więc pierwsza współrzędna punktu K jest równa

$$1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

Druga współrzędna to połowa długości wysokości tego trójkąta

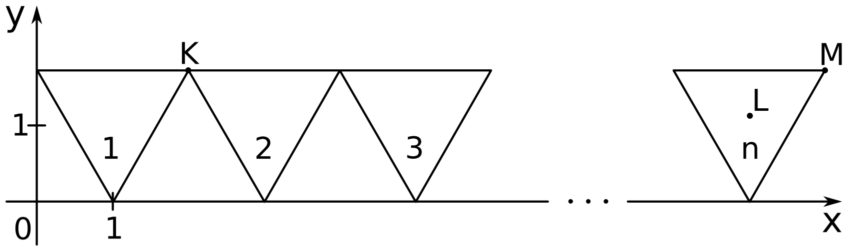
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Zatem $K = \left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Odpowiedź: **B**

ZADANIE 12 (1 PKT)

W układzie współrzędnych narysowano trójkąt równoboczny tak, że jednym z jego wierzchołków jest punkt $(1,0)$, jeden z wierzchołków jest na osi Oy, a jeden z jego boków jest równoległy do osi Ox. Do tego trójkąta dorysowujemy kolejne takie same trójkąty. Umieszczamy je tak, jak na rysunku, aby każdy następny trójkąt miał z poprzednim dokładnie jeden wspólny wierzchołek oraz by jeden bok każdego trójkąta był równoległy do osi Ox. Poniżej przedstawiono dorysowane, zgodnie z tą regułą, trójkąty, które ponumerowano kolejnymi liczbami naturalnymi.

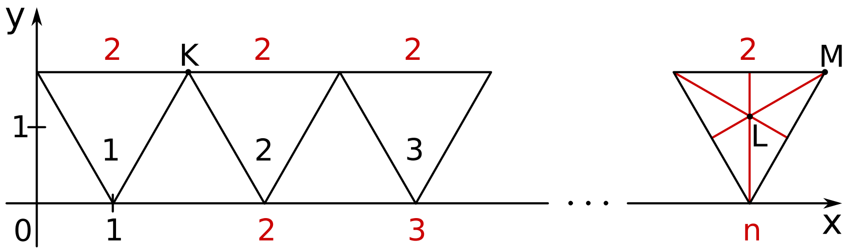


Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Środek L w n–tym trójkącie ma współrzędne $(n,1)$.	**P**	**F**
Wierzchołek M w n–tym trójkącie ma współrzędne $\left(2n, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Pierwsza współrzędna punktu L rzeczywiście jest równa n, ale druga współrzędna jest równa $\frac{2}{3}$ wysokości trójkąta.



Bok trójkąta ma długość 2, więc druga współrzędna punktu L jest równa

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Pierwsza współrzędna punktu M jest równa $2n$, ale druga jest równa wysokości trójkąta

$$\frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

Odpowiedź: **F, F**

ZADANIE 13 (1 PKT)

Maszyna produkcyjna wytwarza codziennie tę samą liczbę elementów. Wykonanie pewnego zamówienia wymaga jednoczesnej pracy pewnej liczby takich maszyn przez 15 dni. Gdyby jednak zwiększyć liczbę pracujących maszyn o 4, to czas wykonania zamówienia skróciłby się o 2 dni.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Liczbę maszyn potrzebnych do realizacji zamówienia można obliczyć, rozwiązując równanie
A) $13x = 15(x-4)$ B) $13x = 15(x+4)$ C) $13(x+4) = 15x$ D) $13(x-4) = 15x$

ROZWIĄZANIE

Z jednej strony wiemy, że wykonanie zamówienia wymaga pracy x maszyn przez 15 dni. Z drugiej strony wiemy, że jeżeli maszyn jest $x+4$, to wykonają to zamówienie w 13 dni. Mamy stąd równanie

$$15x = 13 \cdot (x+4).$$

Odpowiedź: **C**

ZADANIE 14 (1 PKT)

Słoń indyjski osiąga masę od 3,5 do 5 ton i zjada dziennie około 150 kg pokarmu. Na ile co najmniej dni wystarczy 5 ton pokarmu dla 4 słoni indyjskich?
Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
A) 8 B) 9 C) 33 D) 34

ROZWIĄZANIE

Dzielimy 5 ton na 150 kg.

$$\frac{5000}{150} = \frac{500}{15} = \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}.$$

W takim razie taka ilość pokarmu wystarczy dla jednego słonia na 33 dni. Dzielimy teraz tę liczbę na 4.

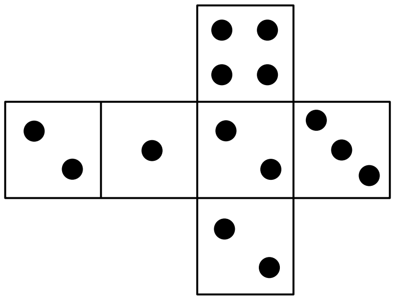
$$\frac{33}{4} = 8\frac{1}{4}.$$

W takim razie dla 4 słoni ta ilość pokarmu wystarczy na 8 dni.

Odpowiedź: **A**

ZADANIE 15 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono siatkę nietypowej sześciennej kostki do gry. Rzucamy jeden raz taką kostką.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Prawdopodobieństwo wyrzucenia nieparzystej liczby oczek jest 2 razy większe niż prawdopodobieństwo wyrzucenia parzystej liczby oczek.	**P**	**F**
Prawdopodobieństwo wyrzucenia liczby oczek mniejszej od 3 jest równe $\frac{5}{6}$.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Na dwóch ścianach kostki są liczby nieparzyste, więc prawdopodobieństwo wyrzucenia nieparzystej liczby oczek jest równe $\frac{2}{6}$, a prawdopodobieństwo wyrzucenia parzystej liczby oczek wynosi $\frac{4}{6}$.

Prawdopodobieństwo wyrzucenia 1 lub 2 oczek jest równe

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

Odpowiedź: **F, F**

ZADANIE 16 (1 PKT)

Jeden z kątów trójkąta prostokątnego ABC ma miarę 37°. Trójkąt $A'B'C'$ jest podobny do trójkąta ABC w skali 2:1.

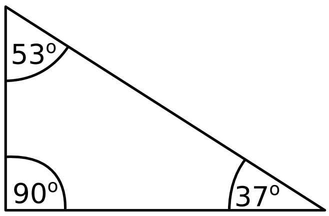
Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.

Miara najmniejszego kąta trójkąta $A'B'C'$ jest równa

A) 74° B) 53° C) 37° D) 16°

ROZWIĄZANIE

Naszkicujmy trójkąt prostokątny



Drugi kąt trójkąta ABC ma miarę

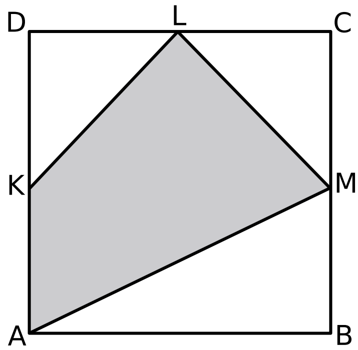
$$90^\circ - 37^\circ = 53^\circ.$$

Trójkąt $A'B'C'$ ma identyczne kąty jak trójkąt ABC, więc jego najmniejszy kąt ma miarę 37°.

Odpowiedź: **C**

ZADANIE 17 (1 PKT)

Punkty K, L i M są środkami boków AD, DC i BC kwadratu $ABCD$ (rysunek).



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Pole trójkąta ABM stanowi $\frac{1}{8}$ pola kwadratu $ABCD$.	**P**	**F**
Pole czworokąta $AMLK$ stanowi połowę pola kwadratu $ABCD$.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Jeżeli oznaczymy przez a długość boku kwadratu, to pole trójkąta ABM jest równe

$$\frac{1}{2}AB\cdot BM = \frac{1}{2}a\cdot\frac{a}{2} = \frac{a^2}{4}.$$

Pole to stanowi więc $\frac{1}{4}$ pola kwadratu.

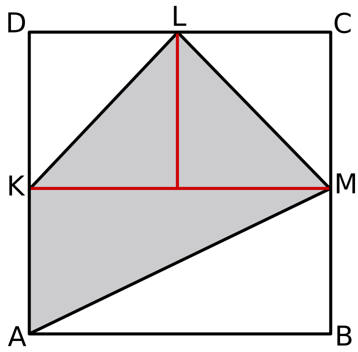
Podobnie obliczamy pola trójkątów KDL i LCM

$$P_{KDL} = P_{LCM} = \frac{1}{2}\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{2} = \frac{a^2}{8}.$$

Pole czworokąta $AMLK$ obliczamy odejmując od pola kwadratu pola trójkątów ABM, KDL i LCM.

$$P_{AMLK} = a^2 - \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{8} - \frac{a^2}{8} = a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{2}.$$

Innym sposobem uzasadnienia, że $P_{AMLK} = \frac{1}{2}P_{ABCD}$ może być podział czworokąta $AMLK$ na cztery trójkąty prostokątne jak na rysunku poniżej.

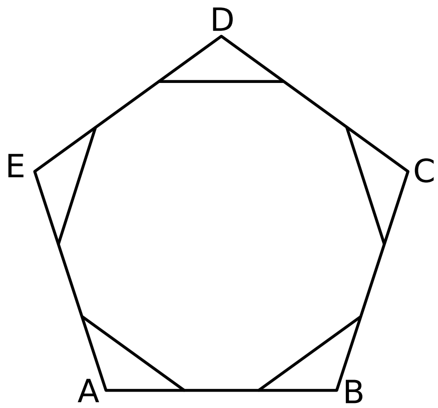


Z powyższego rysunku powinno być jasne, że suma pól zacieniowanych trójkątów jest równa sumie pól trójkątów, które nie są zacieniowane.

Odpowiedź: **F, P**

ZADANIE 18 (1 PKT)

Każdy bok pięciokąta foremnego $ABCDE$ podzielono na 3 równe części i połączono kolejno punkty podziału, w wyniku czego otrzymano dziesięciokąt (rysunek).



Które z poniższych zdań jest prawdziwe? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A) Dziesięciokąt jest foremny.
B) Wszystkie boki dziesięciokąta mają taką samą długość.
C) Każdy kąt wewnętrzny dziesięciokąta ma miarę 140°.
D) Obwód dziesięciokąta jest mniejszy od obwodu pięciokąta $ABCDE$.

ROZWIĄZANIE

Zauważmy, że w każdym narożu dopełniającym dziesięciokąt do pięciokąta najdłuższy bok jest krótszy od sumy dwóch pozostałych. To oznacza, że obwód dziesięciokąta jest mniejszy od obwodu pięciokąta. Pozostałe zdania są nieprawdziwe, np. można łatwo obliczyć, że każdy z kątów wewnętrznych utworzonego dziesięciokąta ma miarę 144°.

Odpowiedź: **D**

ZADANIE 19 (1 PKT)

Długość jednego boku kwadratu K skrócono o 20%, a długość drugiego boku skrócono o 40%. W wyniku tych operacji otrzymano prostokąt P.

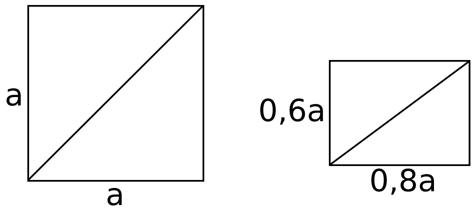
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Stosunek długości przekątnej kwadratu K do długości przekątnej prostokąta P jest równy

A) 0,48 B) $\sqrt{2}$ C) 1 D) 2

ROZWIĄZANIE

Jeżeli oznaczymy przez a długość boku kwadratu, to boki prostokąta P mają długości $0,8a$ i $0,6a$.



Długość przekątnej prostokąta jest więc równa

$$\sqrt{(0,8a)^2+(0,6a)^2} = \sqrt{0,64a^2+0,36a^2} = \sqrt{a^2} = a.$$

Interesujący nas stosunek jest więc równy

$$\frac{a\sqrt{2}}{a} = \sqrt{2}.$$

Odpowiedź: **B**

ZADANIE 20 (1 PKT)

Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego trójkątnego ma długość 4 cm, a wysokość jego ściany bocznej ma długość 5 cm.

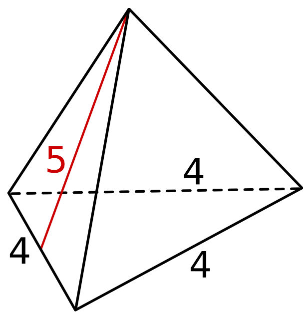
Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź spośród podanych.

Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe

A) 96 cm^2 B) 48 cm^2 C) 80 cm^2 D) 30 cm^2

ROZWIĄZANIE

Szkicujemy ostrosłup.



Na pole powierzchni bocznej składają się pola 3 trójkątów równoramiennych o podstawie 4 i wysokości 5. Pole to jest więc równe

$$P_b = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 = 30 \text{ cm}^2.$$

Odpowiedź: **D**

ZADANIE 21 (2 PKT)

Trzydzieści piłeczek, ponumerowanych kolejnymi liczbami naturalnymi od 1 do 30, wrzucono do pudełka. Kacper, nie patrząc na piłeczki, wyjmuje je z pudełka. Ile najmniej piłeczek musi wyjąć Kacper, aby mieć pewność, że przynajmniej jedna wyjęta piłeczka jest oznaczona liczbą podzielną przez 4? Odpowiedź uzasadnij.

ROZWIĄZANIE

Piłeczki z numerami podzielnymi przez 4 to

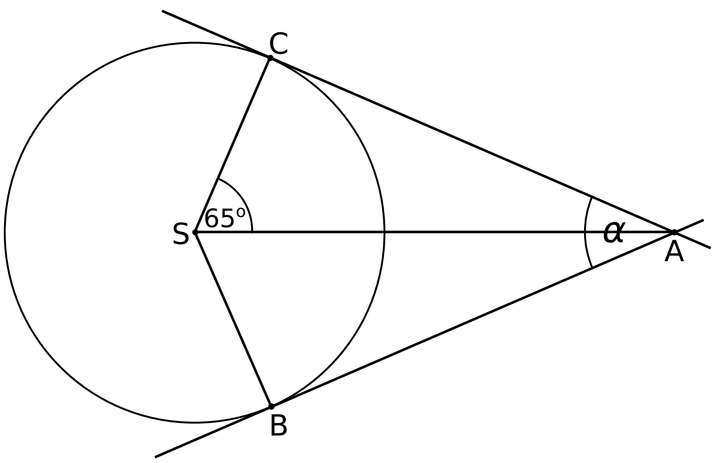
$$4, 8, 12, 16, 20, 24, 28.$$

Jest ich 7, więc po wyjęciu 23 piłek z pudełka może się zdarzyć, że żadna z nich nie ma numeru podzielnego przez 4. Jeżeli jednak Kacper wyjmie 24 piłki, to przynajmniej jedna z nich ma numer podzielny przez 4.

Odpowiedź: **24**

ZADANIE 22 (2 PKT)

Przez punkty B i C okręgu poprowadzono styczne, które przecięły się w punkcie A.



Oblicz miarę kąta BAC jeżeli $|\measuredangle CSA = 65^\circ|$.

ROZWIĄZANIE

Ponieważ promień łączący środek okręgu z punktem styczności jest prostopadły do stycznej, trójkąty ASC i ASB są prostokątne i przystające (bo mają dwa boki tej samej długości). Zatem

$$\measuredangle CAS = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ.$$

Stąd

$$\measuredangle BAC = 2\measuredangle CAS = 50^\circ.$$

Odpowiedź: 50°

ZADANIE 23 (3 PKT)

Na mecz siatkówki wybrała się grupa uczniów z opiekunami, razem 30 osób. Cena biletu normalnego dla opiekuna wynosi 40 zł, a bilet ulgowy dla uczniów jest o 20% tańszy. Łącznie za bilety zapłacono 1016 zł. Oblicz, ilu uczniów i opiekunów udało się na mecz. Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE

Jeżeli opiekunów było n, to uczniów było $30 - n$. Ponadto, bilet dla ucznia kosztuje

$$40 - 20\% \cdot 40 = 40 - 8 = 32 \text{ zł},$$

więc musimy rozwiązać równanie

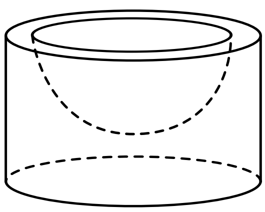
$$\begin{aligned} &40n + 32(30 - n) = 1016 \quad / : 8 \\ &5n + 4(30 - n) = 127 \\ &n = 127 - 120 = 7. \end{aligned}$$

Uczniów było więc $30 - 7 = 23$.

Odpowiedź: **Na mecz udało się 7 opiekunów i 23 uczniów.**

ZADANIE 24 (3 PKT)

Pojemnik z kremem ma kształt walca o promieniu podstawy 5 cm i wysokości 5,12 cm. Po jego otwarciu okazało się, że krem wypełnia tylko wyżłobioną w pojemniku półkulę o promieniu 4 cm. Ile razy objętość tej półkuli jest mniejsza od objętości walca? Zapisz obliczenia.



ROZWIĄZANIE

Objętość walca o promieniu podstawy $R = 5$ i wysokości $H = 5,12$ jest równa

$$\pi R^2 \cdot H = \pi \cdot 25 \cdot 5,12 = 5 \cdot 25,6\pi = 128\pi,$$

a objętość połówki kuli o promieniu $r = 4$ jest równa

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 64 = \frac{128}{3}\pi.$$

Objętość półkuli stanowi więc

$$\frac{\frac{128}{3}\pi}{128\pi} = \frac{1}{3}$$

objętości walca.

Odpowiedź: **Objętość półkuli jest 3 razy mniejsza.**