PRÓBNY EGZAMIN GIMNAZJALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

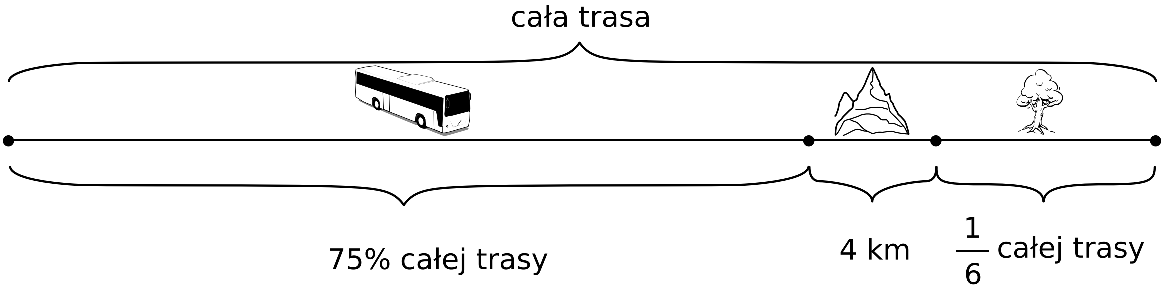
WWW.ZADANIA.INFO

18 MARCA 2017

CZAS PRACY: 90 MINUT

ZADANIE 1 (1 PKT)

Klasa Ib wybrała się na wycieczkę składającą się z trzech części. W pierwszej części uczniowie zostali zawiezieni autokarem na miejsce, w którym rozpoczęła się ich piesza wędrówka. W drugiej części odbyli spacer górskim szlakiem, a w ostatniej części zwiedzali leśną ścieżkę dydaktyczną. Na rysunku przedstawiono schemat przebiegu wycieczki.



Na podstawie podanych informacji wybierz zdanie prawdziwe.
A) Cała trasa miała długość 50 km.
B) Uczniowie pokonali autobusem 36 km.
C) Leśna ścieżka dydaktyczna była o 8 km dłuższa od górskiego szlaku.
D) Długość górskiego szlaku była 3 razy mniejsza niż długość leśnej ścieżki dydaktycznej.

ROZWIĄZANIE

Obliczmy jaką część uczniowie spędzili na górskim szlaku.

$$1 - 75\% - \frac{1}{6} = 1 - \frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{12-9-2}{12} = \frac{1}{12}.$$

Z drugiej strony wiemy, że odległość ta jest równa 4 km, więc cała trasa musi mieć długość 48 km.

Dystans pokonany autobusem jest równy

$$75\% \cdot 48 = \frac{3}{4} \cdot 48 = 36 \text{ km},$$

a długość leśniej ścieżki dydaktycznej wynosi

$$\frac{1}{6} \cdot 48 = 8 \text{ km}.$$

Odległość ta jest o 4 km dłuższa niż długość górskiego szlaku.

Odpowiedź: **B**

ZADANIE 2 (1 PKT)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Odległość między punktami, które na osi liczbowej odpowiadają liczbom $-\frac{9}{4}$ i $-2,2$ jest równa

A) $-0,05$ B) 4,45 C) 0,05 D) $-4,45$

ROZWIĄZANIE

Większą z liczb jest $-2,2$, a mniejszą $-\frac{9}{4}$. Odległość między tymi liczbami jest więc równa

$$-2,2-\left(-\frac{9}{4}\right)=-2,2+2,25=0,05.$$

Odpowiedź: **C**

ZADANIE 3 (1 PKT)

Dokończ zdanie. Zaznacz poprawną odpowiedź.
Liczbą podzielną przez 12 i 18 jest

A) 4734 B) 7212 C) 2484 D) 4944

ROZWIĄZANIE

Jeżeli liczba ma się dzielić przez $18=9\cdot 2$, to musi się dzielić przez 9, a podzielność przez 12 oznacza, że liczba musi dzielić się przez 4. Odwrotnie, jeżeli liczba dzieli się przez 4 i 9, to dzieli się przez $9\cdot 4=36$, a więc też przez 18 i 12.

Wśród podanych liczb tylko dwie dzielą się przez 9: 4734 i 2484 (liczymy sumę cyfr). Ponadto tylko druga z nich dzieli się przez 4 (patrzymy na dwie ostatnie cyfry – 84 dzieli się przez 4, a 34 nie).

Odpowiedź: **C**

ZADANIE 4 (1 PKT)

Dane są liczby

I. 2^{827} II. 49^{137} III. 8^{276} IV. 7^{275}

Która z tych liczb jest największa? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A) I B) II C) III D) IV

ROZWIĄZANIE

Oczywiście

$$8^{276}>8^{275}>7^{275}$$

oraz

$$49^{137}=(7^2)^{137}=7^{2\cdot 137}=7^{274}<7^{275}.$$

Ponadto

$$8^{276}=\left(2^3\right)^{276}=2^{3\cdot 276}=2^{828}>2^{827}$$

Odpowiedź: **C**

ZADANIE 5 (1 PKT)

Dane jest przybliżenie $\sqrt{700} \approx 26,5$.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

$\sqrt{28} \approx 5,3$	**P**	**F**
$\sqrt{175} \approx 13,25$	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Liczymy

$$\sqrt{28} = \sqrt{\frac{1}{25} \cdot 700} = \sqrt{\frac{1}{25}} \cdot \sqrt{700} \approx \frac{1}{5} \cdot 26,5 = 5,3.$$
$$\sqrt{175} = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot 700} = \sqrt{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{700} \approx \frac{1}{2} \cdot 26,5 = 13,25.$$

Odpowiedź: **P, P**

Informacja do zadań 6 i 7

W tabeli podano, w jaki sposób zmienia się cena biletu na 1 przejazd metrem w zależności od pory dnia.

Cena podstawowa biletu	8 zł
Cena biletu w godzinach 16–18	cena podstawowa podwyższona o 14%
Cena biletu w godzinach 7–8	cena podstawowa podwyższona o 52%
Cena biletu w godzinach 22–24	cena podstawowa obniżona o 36%
Cena biletu w pozostałych godzinach	cena podstawowa

ZADANIE 6 (1 PKT)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Bilet na jeden przejazd metrem o godz. 23 jest tańszy od jednego przejazdu o godz. 7 o

A) 4 zł B) 7,04 zł C) 1,12 zł D) 4,16 zł

ROZWIĄZANIE

Przejazd o godz. 23 kosztuje

$$8 - 8 \cdot 36\% = 8 - 8 \cdot 0,36 = 5,12 \text{ zł},$$

a przejazd o godz. 7 kosztuje

$$8 + 8 \cdot 52\% = 8 + 8 \cdot 0,52 = 12,16 \text{ zł}.$$

Druga cena jest wyższa od pierwszej o

$$12,16 - 5,12 = 7,04 \text{ zł}.$$

Odpowiedź: **B**

ZADANIE 7 (1 PKT)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Cena biletu o godz. 22 jest o 50% niższa niż cena biletu o godz. 17	**P**	**F**
Cena biletu o godz. 16 jest o 25% niższa niż cena biletu o godz. 7	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Przejazd o godz. 22 kosztuje

$$8 - 8 \cdot 36\% = 8 - 8 \cdot 0,36 = 5,12 \text{ zł},$$

a przejazd o godz. 17 kosztuje

$$8 + 8 \cdot 14\% = 8 + 8 \cdot 0,14 = 9,12 \text{ zł}.$$

W takim razie cena o 50% niższa niż cena biletu o godz. 17 jest równa

$$9,12 \cdot 0,5 = \frac{9,12}{2} = 4,56 < 5,12.$$

Obliczmy jeszcze cenę przejazdu o godz. 7

$$8 + 8 \cdot 52\% = 8 + 8 \cdot 0,52 = 12,16 \text{ zł}.$$

W takim razie cena biletu o godz. 16 stanowi

$$\frac{9,12}{12,16} = \frac{4,56}{6,08} = \frac{2,28}{3,04} = \frac{1,14}{1,52} = \frac{0,57}{0,76} = \frac{57}{76} = 0,75 = 75\%$$

ceny biletu o godz. 7. Pierwszy bilet jest więc o 25% tańszy.

Odpowiedź: **F, P**

ZADANIE 8 (1 PKT)

W klasie IIIa liczba dziewcząt stanowi $\frac{3}{4}$ liczby wszystkich uczniów tej klasy.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
W klasie IIIa
A) jest cztery razy więcej dziewcząt niż chłopców.
B) stosunek liczby chłopców do liczby dziewcząt jest równy 1:3.
C) jest więcej chłopców niż dziewcząt.
D) liczba dziewcząt stanowi $\frac{4}{3}$ liczby chłopców.

ROZWIĄZANIE

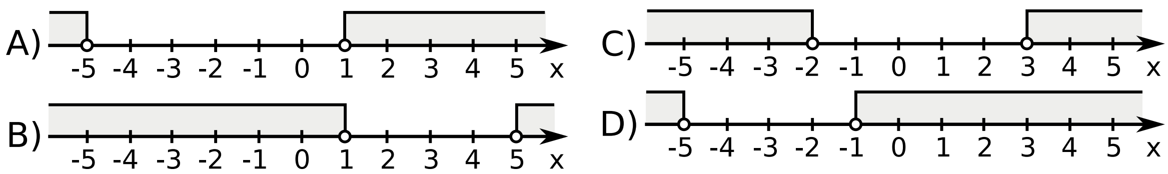
Jeżeli dziewczęta stanowią $\frac{3}{4}$ liczby wszystkich uczniów, to chłopcy stanowią $\frac{1}{4}$ wszystkich uczniów. W szczególności chłopców jest mniej niż dziewcząt, a dokładniej dziewcząt jest trzy razy więcej niż chłopców.

Odpowiedź: **B**

ZADANIE 9 (1 PKT)

Na którym wykresie zaznaczono wszystkie liczby, których odległość od -3 jest większa niż 2?

Wybierz odpowiedź spośród podanych.



ROZWIĄZANIE

Liczby, których odległość od -3 jest większa od dwóch, to liczby mniejsze od $-3-2=-5$ lub liczby większe od $-3+2=-1$.

Odpowiedź: **D**

ZADANIE 10 (1 PKT)

W pewnym zakładzie pracy każdy z pracowników codziennie montuje taką samą liczbę jednakowych podzespołów. Pracownicy potrzebowali 12 dni roboczych, aby wykonać zamówienie.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Gdyby wydajność każdego z pracowników była wyższa o 20%, to wykonaliby zamówienie w

A) 8 dni B) 9 dni C) 10 dni D) 11 dni

ROZWIĄZANIE

Sposób I

Jeżeli wydajność pracownika rośnie o $20\%=\frac{1}{5}$, to w ciągu 5 dni pracownik wykona taką samą pracę jaką początkowo wykonałby w 6 dni. W takim razie całe zamówienie zostanie wykonane w 10 dni.

Sposób II

Jeżeli oznaczymy przez x dzienną wydajność wszystkich pracowników to wiemy, że realizacja całego zamówienia wymaga nakładów pracy w ilości $12x$. Po zwiększeniu wydajności do $1,2x$ liczba dni n potrzebnych do realizacji zamówienia spełnia równanie

$$12x = n\cdot 1,2x \quad \Rightarrow \quad n=\frac{12x}{1,2x}=10.$$

Odpowiedź: **C**

ZADANIE 11 (1 PKT)

Automat biletowy drukuje 30 biletów w ciągu 2 minut i 6 sekund. Który wzór opisuje zależność między liczbą wydrukowanych biletów (x), a czasem ich druku w sekundach (y), jeżeli tempo drukowania biletów nie ulega zmianie?

Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A) $y = 126x$ B) $y = \frac{4,2}{x}$ C) $y = 4,2x$ D) $y = \frac{x}{4,2}$

ROZWIĄZANIE

Wydruk jednego biletu trwa

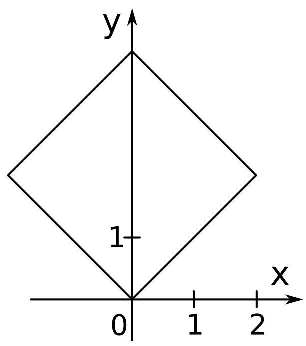
$$\frac{126}{30} = \frac{42}{10} = 4,2 \text{ sekundy.}$$

Zatem wydruk x biletów trwa $y = 4,2x$.

Odpowiedź: C

ZADANIE 12 (1 PKT)

W układzie współrzędnych narysowano kwadrat o przekątnej długości 4 tak, że jednym z jego wierzchołków jest punkt $(0,0)$, a jedna z jego przekątnych jest równoległa do osi Ox.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość boku kwadratu jest równa

A) 2 B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{2}$

ROZWIĄZANIE

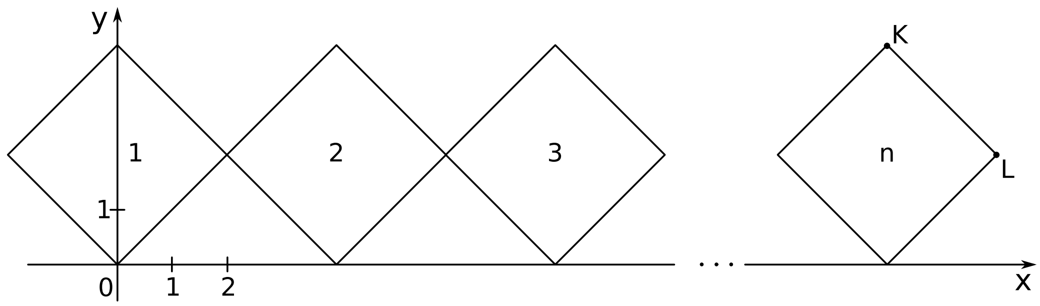
Jeżeli oznaczymy przez a długość boku kwadratu, to mamy

$$a\sqrt{2} = 4 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}.$$

Odpowiedź: D

ZADANIE 13 (1 PKT)

W układzie współrzędnych narysowano kwadrat o przekątnej długości 4 tak, że jednym z jego wierzchołków jest punkt $(0,0)$, a jedna z jego przekątnych jest równoległa do osi Ox. Do tego kwadratu dorysowujemy kolejne takie same kwadraty. Umieszczamy je tak, jak na rysunku, aby każdy następny kwadrat miał z poprzednim dokładnie jeden wspólny wierzchołek oraz by jedna z przekątnych każdego kwadratu była równoległa do osi Ox. Poniżej przedstawiono dorysowane, zgodnie z tą regułą, kwadraty, które ponumerowano kolejnymi liczbami naturalnymi.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Pierwsza współrzędna wierzchołka K w n–tym kwadracie jest równa $4n$.	**P**	**F**
Pierwsza współrzędna wierzchołka L w n–tym kwadracie jest równa $4n-2$.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Zauważmy, że pierwsze współrzędne górnych wierzchołków w kolejnych kwadratach są odpowiednio równe

$$0, 4, 8, \ldots, 4n-4.$$

Punkt L znajduje się o 2 jednostki (połowę przekątnej) na prawo od K, więc pierwsza współrzędna tego punktu to $4n-2$.

Odpowiedź: **F, P**

ZADANIE 14 (1 PKT)

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź spośród podanych.
Średnia arytmetyczna zestawu liczb: 13, 16, 11, 4, 7, 9 zwiększy się o 25%, gdy w miejsce 7 wpiszemy liczbę

A) 75 B) 2,5 C) 15 D) 22

ROZWIĄZANIE

Średnia danych liczb jest równa

$$\frac{13+16+11+4+7+9}{6} = \frac{60}{6} = 10.$$

Jeżeli średnia ma być o $25\% = \frac{1}{4}$ większa, to musi być równa

$$10 + \frac{1}{4} \cdot 10 = 12,5.$$

W takim razie suma wszystkich liczb musi wzrosnąć do

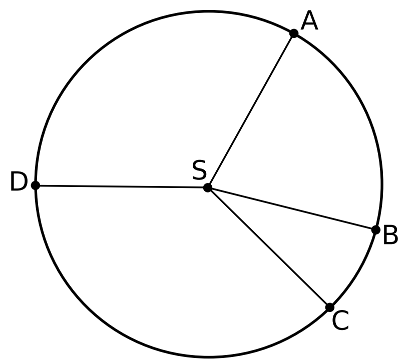
$$12,5 \cdot 6 = 75,$$

czyli liczbę 7 musimy zwiększyć o 15.

Odpowiedź: **D**

Zadanie 15 (1 pkt)

Punkty A, B, C, D dzielą okrąg o środku S w stosunku $2,5 : 1 : 4,5 : 4$.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Różnica miar kątów wypukłych DSC i ASB jest równa

A) 60° B) 90° C) 75° D) 50°

Rozwiązanie

Ponieważ długości łuków, na które został podzielony okrąg są proporcjonalne do kątów środkowych wycinających te łuki, miary kątów ASB, BSC, CSD i ASD możemy oznaczyć odpowiednio przez $2,5x;\ x;\ 4,5x$ i $4x$. W sumie te kąty tworzą kąt pełny, więc

$$2,5x + x + 4,5x + 4x = 360^\circ$$
$$12x = 360^\circ \quad \Rightarrow \quad x = 30^\circ.$$

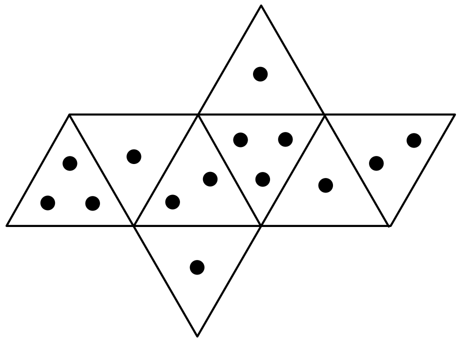
Interesująca nas różnica kątów jest więc równa

$$\measuredangle DSC - \measuredangle ASB = 4,5x - 2,5x = 2x = 60^\circ.$$

Odpowiedź: **A**

ZADANIE 16 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono siatkę nietypowej ośmiościennej kostki do gry. Rzucamy jeden raz taką kostką.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Prawdopodobieństwo wyrzucenia nieparzystej liczby oczek jest 3 razy większe niż prawdopodobieństwo wyrzucenia parzystej liczby oczek.	**P**	**F**
Prawdopodobieństwo wyrzucenia liczby oczek większej od 1 jest równe $\frac{1}{3}$.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Na czterech ścianach kostki jest jedno oczko i na dwóch są 3 oczka, więc prawdopodobieństwo wyrzucenia nieparzystej liczby oczek jest równe $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$. Prawdopodobieństwo wyrzucenia parzystej liczby oczek jest równe $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$. Zatem rzeczywiście prawdopodobieństwo wyrzucenia nieparzystej liczby oczek jest 3 razy większe od prawdopodobieństwa wyrzucenia parzystej liczby oczek.

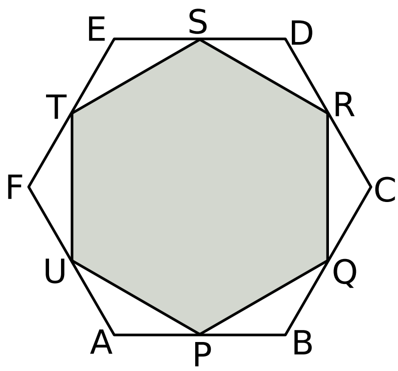
Prawdopodobieństwo wyrzucenia liczby oczek większej od 1 jest równe

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$$

Odpowiedź: **P, F**

ZADANIE 17 (1 PKT)

Punkty P, Q, R, S, T, U są środkami boków sześciokąta foremnego $ABCDEF$ (rysunek).

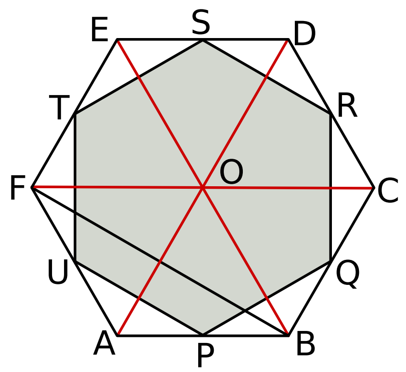


Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Pole trójkąta APU stanowi $\frac{1}{8}$ pola sześciokąta $ABCDEF$.	**P**	**F**
Pole sześciokąta $PQRSTU$ stanowi $\frac{3}{4}$ pola sześciokąta $ABCDEF$.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Sześciokąt foremny składa się z 6 trójkątów równobocznych.



Zauważmy teraz, że trójkąt APU jest dwa razy mniejszy od trójkąta ABF, który z kolei stanowi połowę czworokąta $ABOF$. Mamy zatem

$$P_{APU} = \frac{1}{4}P_{ABF} = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}P_{ABOF} = \frac{1}{8}\cdot\frac{2}{6}P_{ABCDEF} = \frac{1}{24}P_{ABCDEF}.$$

Pole sześciokąta $PQRSTU$ obliczamy odejmując od pola sześciokąta $ABCDEF$ pola sześciu odciętych trójkątów.

$$P_{PQRSTU} = P_{ABCDEF} - 6P_{APU} = P_{ABCDEF} - 6\cdot\frac{1}{24}P_{ABCDEF} = \frac{3}{4}P_{ABCDEF}.$$

Odpowiedź: **F, P**

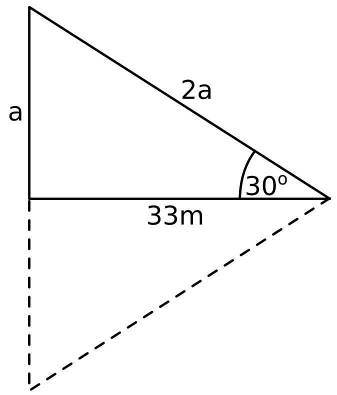
ZADANIE 18 (1 PKT)

Z odległości 33 m czubek drzewa widać po kątem 30°. Jak wysokie jest to drzewo?
Wybierz odpowiedź z pośród podanych.

A) Około 16 m. B) Około 25 m. C) Około 19 m. D) Około 66 m.

ROZWIĄZANIE

Szkicujemy opisaną sytuację.



Trójkąt prostokątny o kącie ostrym 30° to połowa trójkąta równobocznego. Możemy teraz skorzystać ze wzoru na wysokość w trójkącie równobocznym lub wprost z twierdzenia Pitagorasa. Mamy zatem

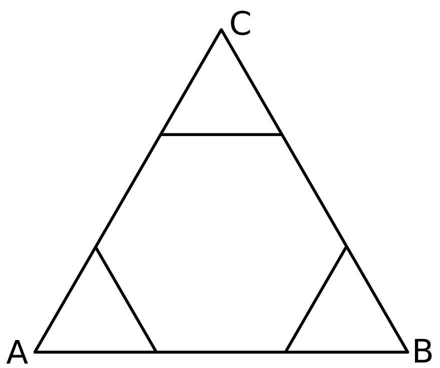
$$(2a)^2 = 33^2 + a^2$$
$$3a^2 = 9 \cdot 121$$
$$a^2 = 363.$$

Ponieważ $19^2 = 361$, to wysokość drzewa to około 19 metrów.

Odpowiedź: **C**

ZADANIE 19 (1 PKT)

Każdy bok trójkąta równobocznego ABC podzielono na 3 równe części i połączono kolejno punkty podziału, w wyniku czego otrzymano sześciokąt (rysunek).



Które z poniższych zdań jest prawdziwe? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A) Sześciokąt jest foremny.
B) Pole sześciokąta jest równe polu trójkąta ABC.
C) Każdy kąt wewnętrzny sześciokąta ma miarę 150°.
D) Obwód sześciokąta stanowi $\frac{3}{4}$ obwodu trójkąta ABC.

ROZWIĄZANIE

Zauważmy, że naroża dopełniające sześciokąt do trójkąta są trójkątami równobocznymi, więc ich wszystkie kąty mają miarę 60°. To oznacza, że każdy z kątów utworzonego sześciokąta ma miarę

$$180^\circ - 60^\circ = 120^\circ.$$

Ponadto wszystkie boki sześciokąta mają tę samą długość, więc jest to sześciokąt foremny.

Pozostałe zdania są nieprawdziwe, np. obwód sześciokąta stanowi $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ obwodu trójkąta.

Odpowiedź: **A**

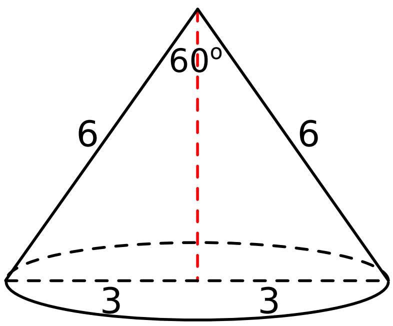
ZADANIE 20 (1 PKT)

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź spośród podanych.
Pole powierzchni bocznej stożka o kącie rozwarcia 60° i promieniu podstawy 3 cm jest równe

A) 18π cm^2 B) $6\sqrt{3}\pi$ cm^2 C) 12π cm^2 D) $3\sqrt{3}\pi$ cm^2

ROZWIĄZANIE

Szkicujemy stożek



Z obrazka widać, że przekrojem stożka jest trójkąt równoboczny o boku długości 6, więc pole powierzchni bocznej jest równe

$$P = \pi r l = \pi \cdot 3 \cdot 6 = 18\pi.$$

Odpowiedź: **A**

ZADANIE 21 (2 PKT)

W szufladzie znajduje się 26 różnych par skarpet. Zosia nie zaglądając do szuflady wyjmuje z niej po jednej skarpetce. Ile co najmniej skarpet musi wyjąć Zosia, aby mieć pewność, że wśród wyjętych skarpet są przynajmniej dwie kompletne pary? Odpowiedź uzasadnij.

ROZWIĄZANIE

Jeżeli Zosia wyciągnie 26 skarpet, to każda skarpeta może być z innej pary. Jeżeli jednak wyciągnie 27 skarpet, to musi się już utworzyć co najmniej jedna para. Po wyciągnięciu jeszcze jednej skarpety muszą już być co najmniej 2 pary.

Odpowiedź: **28**

ZADANIE 22 (2 PKT)

Cena godziny korzystania z basenu wynosi 12 zł. Można jednak kupić miesięczną kartę rabatową za 50 złotych, upoważniającą do obniżki cen, i wtedy za pierwsze 10 godzin pływania płaci się 8 złotych za godzinę, a za każdą następną godzinę – 9 złotych. Kamil kupił kartę rabatową i korzystał z basenu przez 15 godzin. Czy zakup karty był dla Kamila opłacalny? Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE

Gdyby Kamil nie kupił karty rabatowej, to za 15 godzin pływania zapłaciłby

$$15 \cdot 12 = 180 \text{ zł}.$$

Z kartą rabatową zapłacił

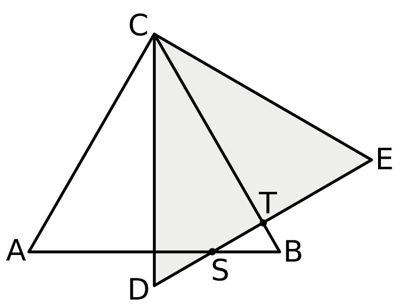
$$50 + 10 \cdot 8 + 5 \cdot 9 = 50 + 80 + 45 = 175 \text{ zł}.$$

Zakup karty był więc opłacalny.

Odpowiedź: **Zakup karty był opłacalny.**

ZADANIE 23 (3 PKT)

Trójkąty ABC i DEC są przystającymi trójkątami równobocznymi o boku długości 6. Odcinki CD i AB są prostopadłe, a odcinek DE przecina odcinki AB i BC w punktach S i T odpowiednio (zobacz rysunek). Oblicz długość odcinka ST.



ROZWIĄZANIE

Obliczamy najpierw długość odcinka CT – jest to wysokość w trójkącie równobocznym CDE.

$$CT = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

(skorzystaliśmy ze wzoru $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ na wysokość trójkąta równobocznego o boku długości a). W takim razie

$$BT = CB - CT = 6 - 3\sqrt{3}.$$

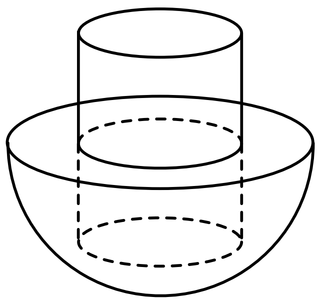
Trójkąt prostokątny SBT ma kąt ostry $\measuredangle B = 60^\circ$, wiec jest to połówka trójkąta równobocznego o boku długości $SB = 2BT = 12 - 6\sqrt{3}$. W takim razie

$$ST = \frac{SB \cdot \sqrt{3}}{2} = BT \cdot \sqrt{3} = (6 - 3\sqrt{3})\sqrt{3} = 6\sqrt{3} - 9.$$

Odpowiedź: $6\sqrt{3} - 9$

ZADANIE 24 (3 PKT)

Element mechaniczny pewnego urządzenia ma kształt pełnego metalowego walca o wysokości 10 cm i promieniu podstawy 2 cm, który do połowy swojej wysokości jest umieszczony w gumowej półkuli o promieniu 6 cm. Oblicz stosunek objętości gumy do objętości metalu potrzebnych do wykonania tego elementu.



ROZWIĄZANIE

Objętość walca o promieniu podstawy $R = 2$ i wysokości $H = 10$ jest równa

$$\pi R^2 \cdot H = \pi \cdot 4 \cdot 10 = 40\pi,$$

a objętość połówki kuli o promieniu $r = 6$ jest równa

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 216 = 144\pi.$$

Od tej objętości musimy jeszcze odjąć objętość wyciętej połówki walca, czyli objętość gumy jest równa

$$144\pi - 20\pi = 124\pi.$$

Interesujący nas stosunek objętości jest więc równy

$$\frac{124\pi}{40\pi} = \frac{62}{20} = \frac{31}{10} = 3,1.$$

Odpowiedź: **Stosunek objętości gumy do metalu jest równy 3,1.**