PRÓBNY EGZAMIN GIMNAZJALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

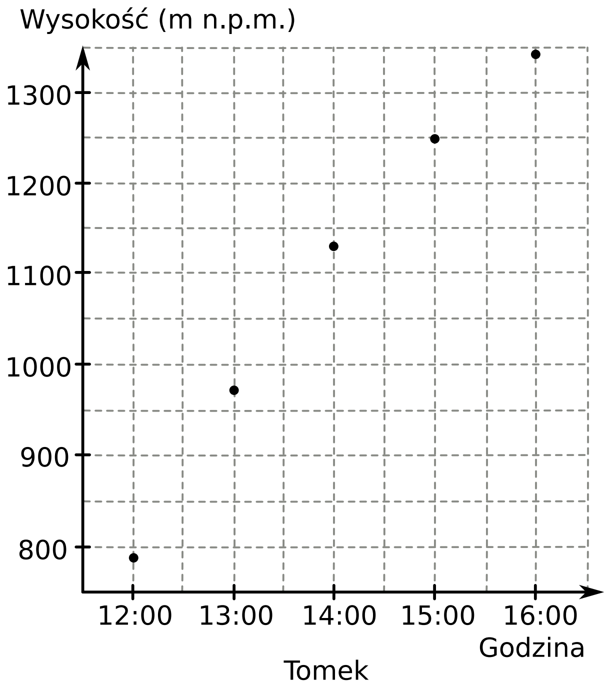
WWW.ZADANIA.INFO

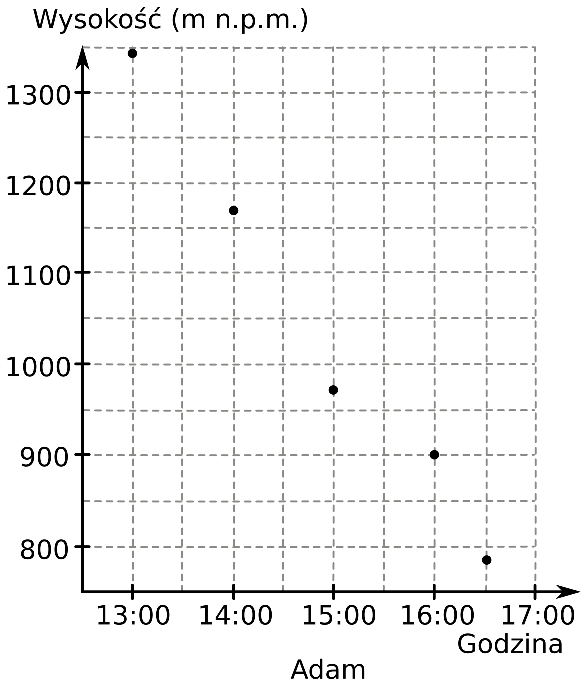
17 MARCA 2018

CZAS PRACY: 90 MINUT

ZADANIE 1 (1 PKT)

Adam i Tomek tego samego dnia odbyli górską wycieczkę na Tarnicę. Obaj szli tym samym szlakiem, ale zanim Tomek zdobył szczyt, Adam zaczął już schodzić na dół. Wykresy przedstawiają na jakiej wysokości względem poziomu morza znajdowali się chłopcy – Tomek podczas wejścia na szczyt i Adam podczas zejścia na dół.





Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Chłopcy spotkali się w miejscu położonym między 1000 a 1100 m n.p.m.	**P**	**F**
Chłopcy spotkali się na szlaku między godziną 14:00 a 15:00.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Tomek o godz. 14:00 był już powyżej wysokości 1100 m, ale wciąż był niżej niż Adam. W takim razie spotkali się powyżej tej wysokości.

Jak już zauważyliśmy, o godz. 14:00 Tomek był niżej niż Adam, ale godz. 15:00 Adam jest już niżej od Tomka. To oznacza, że w trakcie tej godziny chłopcy musieli się spotkać.

Odpowiedź: **F, P**

ZADANIE 2 (1 PKT)

Dwa pojazdy poruszają w tym samym kierunku wokół okrągłego toru o długości 1,8 km. Pojazdy startują w tym samym czasie i pierwszy z nich porusza się z prędkością 15 m/s, a drugi porusza się z prędkością 12 m/s.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pojazdy ponownie spotkają się w miejscu startu po

A) 20 minutach B) 10 minutach C) 1 godzinie D) 30 minutach

ROZWIĄZANIE

Długość toru to 1800 metrów, więc pierwszy pojazd okrąża cały tor w

$$\frac{1800}{15} = 120 \text{ sekund},$$

a drugi w ciągu

$$\frac{1800}{12} = 150 \text{ sekund}.$$

Sposób I

Ponieważ

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$
$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2,$$

to najmniejsza wspólna wielokrotność tych liczb

$$2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 = 600.$$

W takim razie pojazdy ponownie spotkają się na starcie po 600 sekundach, czyli po 10 minutach.

Sposób II

Wiemy, że pierwszy pojazd okrąża cały tor co 2 minuty, a drugi co 2,5 minuty. Najmniejsza wspólna wielokrotność tych dwóch liczb to 10, więc pojazdy ponownie spotkają się na starcie po 10 minutach.

Odpowiedź: **B**

ZADANIE 3 (1 PKT)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Jeżeli trzecia część liczby przeciwnej do odwrotności sześcianu pewnej liczby jest równa $\frac{1}{24}$, to ta liczba jest równa

A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) $-\frac{1}{2}$ D) -2

ROZWIĄZANIE

Jeżeli oznaczymy szukaną liczbę przez x, to trzecia część liczby przeciwnej do odwrotności sześcianu x to

$$\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{1}{x^3}\right)=-\frac{1}{3x^3}.$$

Mamy zatem

$$\begin{aligned}-\frac{1}{3x^3}&=\frac{1}{24}\\ 3x^3&=-24 \quad / :3\\ x^3&=-8.\end{aligned}$$

Stąd $x=-2$.

Odpowiedź: D

ZADANIE 4 (1 PKT)

Dane są cztery wyrażenia:

$$\text{I. } (-2)^3 \qquad \text{II. } \sqrt{49}-\sqrt[3]{64} \qquad \text{III. } 1:\left(\frac{1}{3}\right)^2 \qquad \text{IV. } (-1,7)^2$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Największą wartość ma wyrażenie

A) I B) II C) III D) IV

ROZWIĄZANIE

Liczymy

$$\begin{aligned}(-2)^3&=-8\\ \sqrt{49}-\sqrt[3]{64}&=7-4=3\\ 1:\left(\frac{1}{3}\right)^2&=1:\frac{1}{9}=9\\ (-1,7)^2&=2,89\end{aligned}$$

Odpowiedź: C

ZADANIE 5 (1 PKT)

Dana jest liczba dwucyfrowa. W tej liczbie cyfrą dziesiątek jest a, cyfrą jedności jest b oraz spełnione są warunki: $b > a$ i $a + b = 6$.
Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Warunki zadania spełniają dwie liczby.	**P**	**F**
Wszystkie liczby spełniające warunki zadania są podzielne przez 6.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Wypiszmy wszystkie liczby spełniające warunki zadania:

$$15,\ 24.$$

Oczywiście 15 nie dzieli się przez 6.

Odpowiedź: **P, F**

ZADANIE 6 (1 PKT)

Liczba $0,015 \cdot 10^{-6}$ jest równa

A) $1,5 \cdot 10^{-9}$ B) $0,15 \cdot 10^{-9}$ C) $15000 \cdot 10^{-12}$ D) 0,0000015

ROZWIĄZANIE

Dana liczba to

$$0,015 \cdot 10^{-6} = 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-6} = 1,5 \cdot 10^{-8}.$$

Ponadto

$$\begin{aligned} 0,15 \cdot 10^{-9} &= 1,5 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-9} = 1,5 \cdot 10^{-10} \\ 15000 \cdot 10^{-12} &= 1,5 \cdot 10^{4} \cdot 10^{-12} = 1,5 \cdot 10^{-8} \\ 0,0000015 &= 1,5 \cdot 10^{-6}. \end{aligned}$$

Odpowiedź: **C**

ZADANIE 7 (1 PKT)

Dane są trzy wyrażenia:

$$\text{I. } \left(\sqrt{3\sqrt{2}}\right)^2 \qquad \text{II. } 3\sqrt[3]{3} \qquad \text{III. } \frac{5\sqrt{\sqrt[3]{9}}}{\sqrt[3]{3}}.$$

Wartości których wyrażeń są mniejsze od 5? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A) Tylko I i II. B) Tylko I i III. C) Tylko II i III. D) I, II i III.

ROZWIĄZANIE

Liczymy

$$\left(\sqrt{3\sqrt{2}}\right)^2 = 3\sqrt{2} = \sqrt{9\cdot 2} = \sqrt{18} < \sqrt{25} = 5$$

$$3\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{27}\cdot\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{81} < \sqrt[3]{125} = 5$$

$$\frac{5\sqrt{\sqrt[3]{9}}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{5\sqrt[3]{\sqrt{9}}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{5\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3}} = 5.$$

Odpowiedź: A

ZADANIE 8 (1 PKT)

Jabłka w trakcie suszenia straciły 40% swojej masy i po wysuszeniu ważą 1,5 kg.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Jabłka przed wysuszeniem ważyły

A) 3,3 kg B) 2,5 kg C) 3 kg D) 2,1 kg

ROZWIĄZANIE

Jeżeli przed wysuszeniem jabłka ważyły x kilogramów, to po wysuszeniu ważą $0,6x$. Mamy zatem

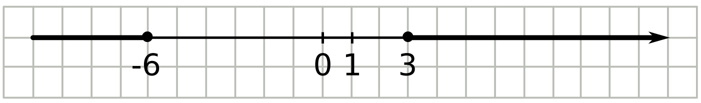
$$1,5 = 0,6x = \frac{6}{10}x = \frac{3}{5}x \quad / \cdot \frac{5}{3}$$

$$x = 1,5\cdot\frac{5}{3} = 0,5\cdot 5 = 2,5 \text{ kg}.$$

Odpowiedź: B

ZADANIE 9 (1 PKT)

Dane są dwie liczby x i y. Wiadomo, że $x \geqslant 3$ oraz $y \leqslant -6$.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Najmniejsza możliwa wartość różnicy $x - y$ jest równa:

A) 3 B) 9 C) -9 D) -3

ROZWIĄZANIE

Jeżeli $y \leqslant -6$, to $-y \geqslant 6$. Zatem

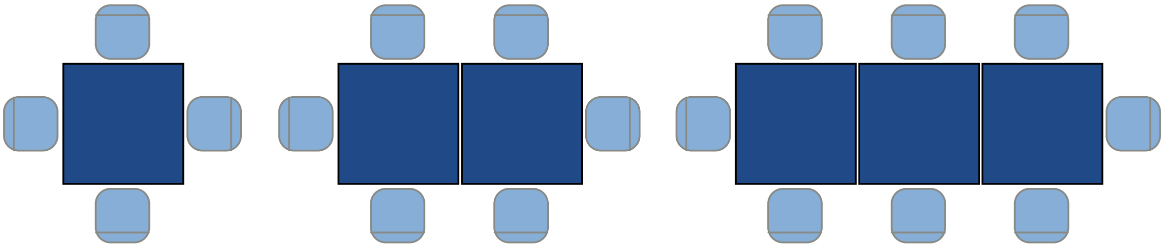
$$x - y \geqslant 3 + 6 = 9.$$

Taką wartość to wyrażenie przyjmuje dla $x = 3$ i $y = -6$.

Odpowiedź: B

ZADANIE 10 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono sposób w jaki ustawia się krzesła w pewnej restauracji w zależności od liczby połączonych stołów.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

W układzie z 14 połączonymi stołami jest 30 krzeseł.	**P**	**F**
Jeżeli podwajamy liczbę stołów w układzie, to liczba krzeseł też rośnie dwukrotnie.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

W układzie z n połączonymi stołami są $2n+2$ krzesła ($2n$ krzeseł wzdłuż stołu i 2 na końcach). Przy 14 połączonych stołach jest

$$14 \cdot 2 + 2 = 30$$

krzeseł.

Jeżeli podwajamy liczbę stołów, to podwaja się liczba krzeseł stojących wzdłuż stołu, ale w szczycie stołu cały czas pozostają dwa krzesła. W takim razie liczba krzeseł nie ulega podwojeniu.

Odpowiedź: **P, F**

ZADANIE 11 (1 PKT)

Sprzedawca sprzedał w swoim sklepie b kilogramów bananów i p kilogramów pomarańczy: banany sprzedawał po 3,50 zł za kilogram, a pomarańcze po 2,80 zł za kilogram. Na zakup tych warzyw sprzedawca wydał 240 zł. **Które wyrażenie przedstawia różnicę kwoty uzyskanej za sprzedane warzywa i kosztu ich zakupu? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

A) $b \cdot 3,5 - p \cdot 2,8 + 240$
B) $b \cdot 3,5 + p \cdot 2,8 - 240$
C) $240 - (b \cdot 3,5 + p \cdot 2,8)$
D) $240 - (b \cdot 3,5 - p \cdot 2,8)$

ROZWIĄZANIE

Sprzedawca za sprzedaż owoców uzyskał

$$3,5b + 2,8p.$$

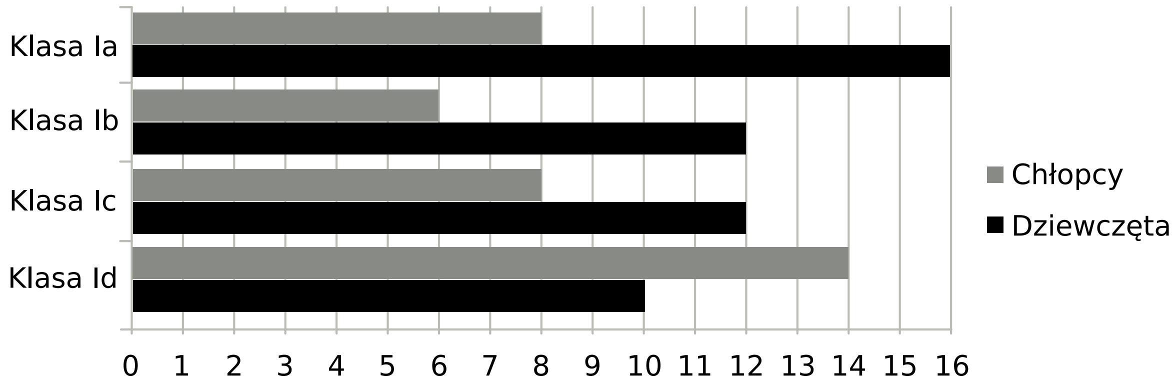
Zatem różnica kwoty uzyskanej za sprzedane warzywa i kosztu ich zakupu to

$$3,5b + 2,8p - 240.$$

Odpowiedź: **B**

Informacja do zadań 12 i 13

Na diagramie przedstawiono liczbę uczniów z podziałem na płeć w czterech klasach pewnej szkoły.



ZADANIE 12 (1 PKT)

Czy wylosowanie dziewczynki jest bardziej prawdopodobne w klasie Ia, niż w każdej z trzech pozostałych klas? Wybierz odpowiedź T albo N i jej uzasadnienie spośród A, B albo C.

T	N

	Uzasadnienie
A.	w klasie Ia jest więcej dziewcząt, niż w każdej z pozostałych klas.
B.	stosunek liczby dziewcząt do liczby chłopców jest największy w klasie Ia.
C.	stosunek liczby dziewcząt do liczby chłopców jest taki sam w klasie Ia jak w jednej z pozostałych klas.

ROZWIĄZANIE

Prawdopodobieństwa wylosowania dziewczynki w kolejnych klasach są równe

$$\begin{aligned}
\text{Ia:}\ & \frac{16}{8+16} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3} \\
\text{Ib:}\ & \frac{12}{6+12} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \\
\text{Ic:}\ & \frac{12}{8+12} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} \\
\text{Id:}\ & \frac{10}{14+10} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}.
\end{aligned}$$

Odpowiedź: **N i C**

ZADANIE 13 (1 PKT)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Prawdopodobieństwo wylosowania chłopca z klasy Id jest większe niż prawdopodobieństwo wylosowania dziewczynki wśród uczniów uczęszczających do pozostałych klas.	**P**	**F**
Prawdopodobieństwo wylosowania chłopca z klasy Ic jest równe $\frac{14}{35}$	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Prawdopodobieństwo wylosowania chłopca z klasy Id jest równe

$$\frac{14}{10+14} = \frac{14}{24} = \frac{7}{12},$$

a prawdopodobieństwo wylosowania dziewczynki z jednej z pozostałych klas jest równe

$$\frac{16+12+12}{24+18+20} = \frac{40}{62} = \frac{20}{31}.$$

Zauważmy teraz, że

$$\frac{7}{12} - \frac{20}{31} = \frac{7\cdot 31 - 20\cdot 12}{12\cdot 31} = \frac{217-240}{12\cdot 31} < 0,$$

więc pierwsze prawdopodobieństwo jest mniejsze od drugiego.

Prawdopodobieństwo wylosowania chłopca z klasy Ic jest równe

$$\frac{8}{8+12} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5} = \frac{2\cdot 7}{5\cdot 7} = \frac{14}{35}.$$

Odpowiedź: **F, P**

ZADANIE 14 (1 PKT)

Które z równań jest sprzeczne w zbiorze liczb rzeczywistych? Wybierz odpowiedź spośród podanych.

A) $x^4 + x = 0$ B) $x^3 + 1 = 0$ C) $x^4 + 1 = 0$ D) $3x^3 + \frac{1}{2} = 0$

ROZWIĄZANIE

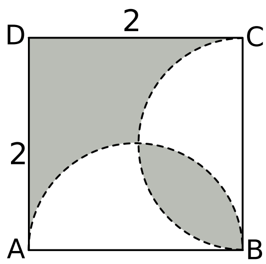
Równanie $x^4 + 1 = 0$ nie ma rozwiązania, bo x^4 zawsze jest liczbą nieujemną. Jeżeli natomiast chodzi o pozostałe równania, to rozwiązaniem równania $x^4 + x = 0$ jest np. $x = 0$. Rozwiązaniem równania $x^3 + 1 = 0$ jest $x = -1$. Łatwo też rozwiązać ostatnie z równań

$$\begin{aligned} 3x^3 + \frac{1}{2} &= 0 \\ 3x^3 &= -\frac{1}{2} \quad / : 3 \\ x^3 &= -\frac{1}{6} \quad \Rightarrow \quad x = \sqrt[3]{-\frac{1}{6}}. \end{aligned}$$

Odpowiedź: **C**

ZADANIE 15 (1 PKT)

W kwadracie $ABCD$ narysowano dwa półokręgi o średnicach AB i BC (patrz rysunek).

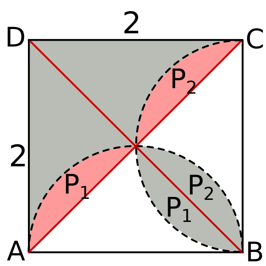


Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Pole zacieniowanego obszaru jest równe

A) $2\sqrt{2}$ B) $4 - \pi$ C) 1 D) 2

ROZWIĄZANIE

Jeżeli dorysujemy przekątne kwadratu, to robi się jasne, że zacieniowany obszar ma takie samo pole jak połówka kwadratu.



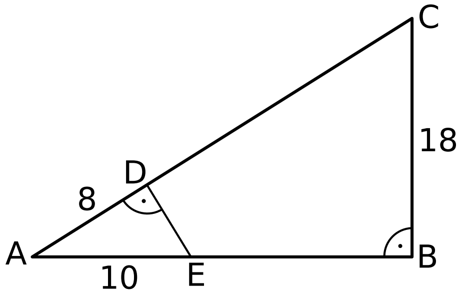
Pole to jest więc równe

$$\frac{2^2}{2} = 2.$$

Odpowiedź: D

ZADANIE 16 (1 PKT)

Na bokach AB i AC trójkąta prostokątnego ABC wybrano punkty E i D tak, że $DE \perp AC$, $|AD| = 8$ i $|AE| = 10$. Przyprostokątna BC trójkąta ABC ma długość 18.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

$\vert\measuredangle BAC\vert = 30^\circ$	**P**	**F**
$\vert DC\vert = 22$	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Na mocy twierdzenia Pitagorasa

$$DE = \sqrt{AE^2 - AD^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6.$$

Gdyby $\measuredangle BAC = 30^\circ$, to trójkąt ADE byłby połówką trójkąta równobocznego. Ale wtedy musiałoby być $DE = \frac{1}{2}AE = 5$, co nie jest prawdą.

Trójkąty ADE i ABC są podobne i znamy ich skalę podobieństwa

$$k = \frac{DE}{BC} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}.$$

Zatem

$$AC = 3 \cdot AE = 30$$

i $DC = AC - AD = 30 - 8 = 22.$

Odpowiedź: F, P

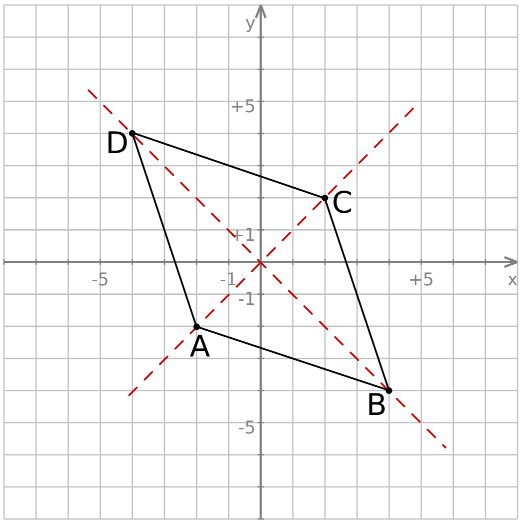
ZADANIE 17 (1 PKT)

W układzie współrzędnych dane są punkty $A = (-2,-2)$, $B = (4,-4)$, $C = (2,2)$ i $D = (-4,4)$. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Czworokąt $ABCD$ jest trapezem.	**P**	**F**
Czworokąt $ABCD$ posiada oś symetrii.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Zaznaczamy dane punkty w układzie współrzędnych.

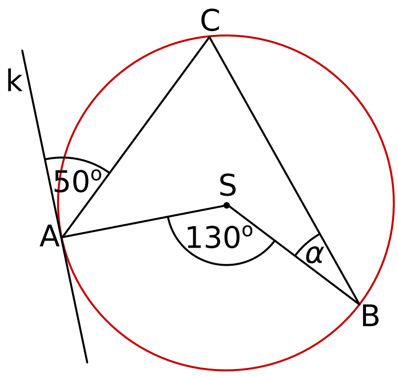


Jeżeli zrobimy to na papierze w kratkę, to powinno być widać, że czworokąt $ABCD$ jest rombem. Każdy romb jest też trapezem. Ponadto przekątne rombu są jego osiami symetrii.

Odpowiedź: **P, P**

ZADANIE 18 (1 PKT)

Punkty A, B i C leżą na okręgu o środku S, a prosta k jest styczna do tego okręgu w punkcie A.

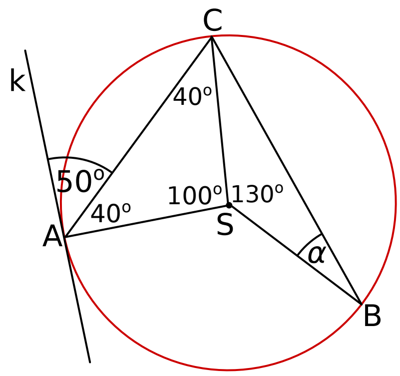


Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Zaznaczony na rysunku kąt α zawarty między promieniem SB i cięciwą CB ma miarę

A) 40° B) 50° C) 25° D) 30°

ROZWIĄZANIE

Dorysujmy promień SC.



Styczna k jest prostopadła do promienia SA, więc

$$\measuredangle SAC = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ.$$

Trójkąty ASC i BSC są równoramienne, więc

$$\begin{aligned}\measuredangle SCA &= \measuredangle SAC = 40^\circ\\ \measuredangle ASC &= 180^\circ - \measuredangle SCA - \measuredangle SAC = 100^\circ\\ \measuredangle BSC &= 360^\circ - 130^\circ - 100^\circ = 130^\circ\\ \alpha = \measuredangle SBC = \measuredangle SCB &= \frac{180^\circ - 130^\circ}{2} = 25^\circ.\end{aligned}$$

Odpowiedź: C

ZADANIE 19 (1 PKT)

Do akwarium w kształcie prostopadłościanu o wymiarach 80 cm, 50 cm, 30 cm wlano 40 litrów wody. **Ile litrów wody należy jeszcze dolać do akwarium, aby sięgała ona do połowy jego wysokości? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

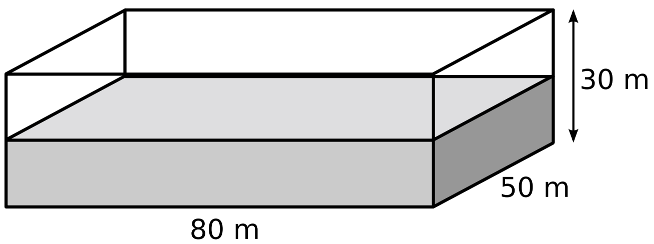
A) 30 B) 20 C) 40 D) 80

ROZWIĄZANIE

Objętość akwarium o podanych wymiarach jest równa

$$80 \cdot 50 \cdot 30 \text{ cm}^3 = 120\,000 \text{ cm}^3 = 120 \text{ litrów}.$$

W takim razie połowa objętości akwarium to 60 litrów.

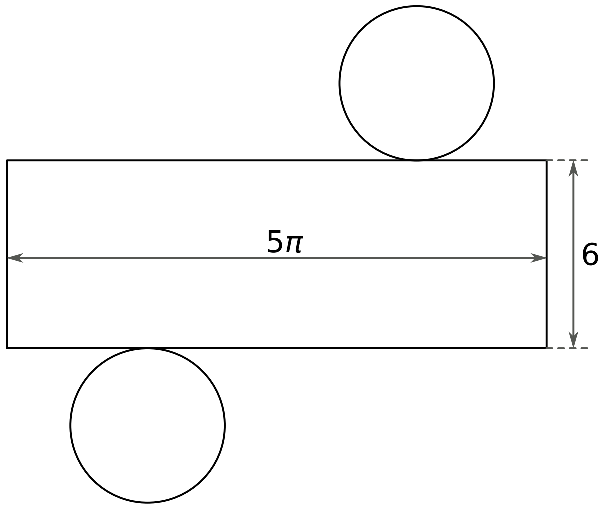


Do akwarium trzeba więc jeszcze dolać 20 litrów wody.

Odpowiedź: **B**

ZADANIE 20 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono siatkę walca.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Pole powierzchni całkowitej tego walca jest równe

A) $42,5\pi$ B) $36,25\pi$ C) $37,5\pi$ D) 45π

ROZWIĄZANIE

Jeżeli oznaczymy przez r promień podstawy walca, a przez H jego wysokość, to wiemy, że

$$H = 6$$
$$2\pi r = 5\pi \quad \Rightarrow \quad r = \frac{5}{2}.$$

Pole powierzchni całkowitej walca jest więc równe

$$2\cdot \pi r^2 + 2\pi r H = 2\cdot \pi\frac{25}{4} + 30\pi = 42,5\pi.$$

Odpowiedź: **A**

ZADANIE 21 (2 PKT)

Zapisano dwie różne liczby, których średnia arytmetyczna jest równa 4, oraz trzy inne liczby, których średnia arytmetyczna jest równa 2. Uzasadnij, że średnia arytmetyczna zestawu tych pięciu liczb jest równa 2,8. Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE

Niech a, b będę pierwszymi dwoma liczbami, c, d, e trzema pozostałymi. Wiemy zatem, że

$$\frac{a+b}{2} = 4 \quad \Rightarrow \quad a+b = 8$$
$$\frac{c+d+e}{3} = 2 \quad \Rightarrow \quad c+d+e = 6.$$

Średnia arytmetyczna wszystkich pięciu liczb jest więc równa

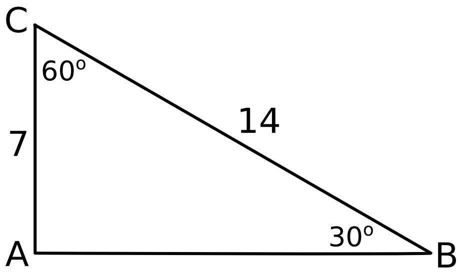
$$\frac{a+b+c+d+e}{5} = \frac{8+6}{5} = 2,8.$$

ZADANIE 22 (2 PKT)

W trójkącie ABC dane są: $|AC| = 7$, $|BC| = 14$ i $\measuredangle ACB = 60^\circ$. Oblicz pole trójkąta ABC.

ROZWIĄZANIE

Szkicujemy opisany trójkąt.



Z rysunku powinno być jasne, że trójkąt ABC to połówka trójkąta równobocznego o boku długości $a = 14$ (jest przystający do połówki trójkąta równobocznego zgodnie z cechą *bkb*). W szczególności jest to trójkąt prostokątny: $|\measuredangle CAB| = 90^\circ$.

Sposób I

Jego pole jest więc równe

$$P_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{196\sqrt{3}}{4} = \frac{49\sqrt{3}}{2}.$$

Sposób II

Korzystamy ze wzoru na pole z sinusem.

$$P_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 14 \cdot \sin 60^\circ = 49 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{49\sqrt{3}}{2}.$$

Odpowiedź: $\frac{49\sqrt{3}}{2}$

ZADANIE 23 (3 PKT)

Na wycieczkę do kina miała pójść grupa 28 uczniów klasy IIb. Ostatecznie jednak liczba osób biorących udział w wycieczce zmniejszyła się o jedną osobę. Stało się tak, gdyż z wycieczki zrezygnowało 25% dziewcząt, oraz do grupy dołączyło kilku chłopców z klasy IIa i liczba chłopców biorących udział w wycieczce zwiększyła się o 25%. Ilu chłopców i ile dziewcząt wzięło udział w wycieczce?

ROZWIĄZANIE

Jeżeli oznaczymy przez x i y odpowiednio liczbę chłopców i dziewcząt, którzy początkowo mieli wziąć udział w wycieczce, to podane informacje prowadzą do układu równań

$$\begin{cases} x + y = 28 \\ 1,25x + 0,75y = 27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 28 \\ \frac{5}{4}x + \frac{3}{4}y = 27 \quad / \cdot 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 28 \\ 5x + 3y = 108. \end{cases}$$

Odejmujemy teraz od drugiego równania pierwsze pomnożone przez 3 i mamy

$$\begin{aligned} &5x - 3x = 108 - 84 = 24 \\ &2x = 24 \quad \Rightarrow \quad x = 12. \end{aligned}$$

Stąd $y = 28 - x = 16$. To jednak nie koniec, bo musimy obliczyć ile osób faktycznie wzięło udział w wycieczce.

$$\begin{aligned} 1,25x &= \frac{5}{4}x = \frac{5}{4} \cdot 12 = 15 \\ 0,75y &= \frac{3}{4}y = \frac{3}{4} \cdot 16 = 12. \end{aligned}$$

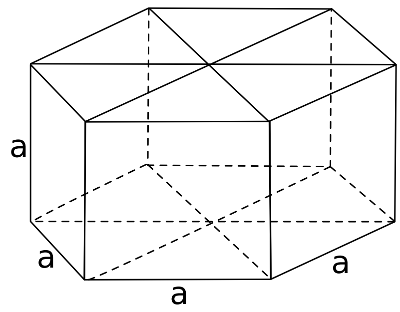
Odpowiedź: **W wycieczce wzięło dział 15 chłopców i 12 dziewcząt.**

ZADANIE 24 (3 PKT)

W graniastosłupie prawidłowym sześciokątnym wszystkie krawędzie mają jednakową długość. Oblicz objętość tego graniastosłupa jeżeli jego pole powierzchni całkowitej jest równe $48\sqrt{3} + 96$.

ROZWIĄZANIE

Zaczynamy od rysunku i oznaczmy długość krawędzi graniastosłupa przez a.



Sześciokąt foremny w podstawie graniastosłupa składa się z 6 trójkątów równobocznych o boku a, więc pole powierzchni całkowitej graniastosłupa jest równe

$$2\cdot 6\cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 6\cdot a^2 = 3a^2(\sqrt{3}+2).$$

Z podanego pola powierzchni całkowitej mamy więc równanie

$$\begin{aligned} 3a^2(\sqrt{3}+2) &= 48\sqrt{3}+96 = 48(\sqrt{3}+2) \quad / : 3(\sqrt{3}+2) \\ a^2 &= 16. \end{aligned}$$

Zatem $a=4$ i objętość graniastosłupa jest równa

$$V = 6\cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot a = 6\cdot \frac{16\sqrt{3}}{4}\cdot 4 = 96\sqrt{3}.$$

Odpowiedź: $V = 96\sqrt{3}$