PRÓBNY EGZAMIN GIMNAZJALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

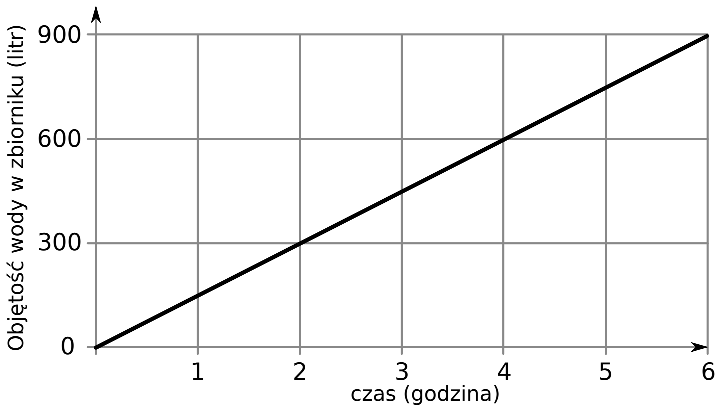
WWW.ZADANIA.INFO

24 MARCA 2018

CZAS PRACY: 90 MINUT

ZADANIE 1 (1 PKT)

Wykres przedstawia zależność objętości wody w zbiorniku deszczowym od czasu padania deszczu.



Ile litrów wody przybywa w zbiorniku w czasie 40 minut padania deszczu? Wybierz odpowiedź spośród podanych.

A) 90 litrów B) 100 litrów C) 112,5 litra D) 120 litrów

ROZWIĄZANIE

Z wykresu widzimy, że w czasie 1 godziny w zbiorniku przybywa 150 litrów wody, więc w ciągu 40 minut przybywa jej

$$\frac{40}{60}\cdot 150=\frac{2}{3}\cdot 150=100$$

litrów.

Odpowiedź: **B**

ZADANIE 2 (1 PKT)

Kasia przejechała na rowerze trasę długości 900 m w czasie 3 min.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prędkość średnia, jaką uzyskała Kasia na tej trasie, jest równa

A) 17 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ B) 18 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ C) 21 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ D) 36 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$

ROZWIĄZANIE

Sposób I

Średnia prędkość Kasi jest równa

$$\frac{900 \text{ m}}{3 \text{ min.}} = \frac{\frac{9}{10} \text{ km}}{\frac{1}{20} \text{ h}} = \frac{9 \cdot 20}{10} \frac{\text{km}}{\text{h}} = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Sposób II

Skoro Kasia w 3 minuty przejechała 900 m, to w 60 minut przejechała

$$20 \cdot 900 \text{ m} = 18000 \text{ m} = 18 \text{ km}.$$

Odpowiedź: **B**

ZADANIE 3 (1 PKT)

Dane są cztery liczby całkowite: 1258754, 865422, 5418712, 8530236. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Wśród podanych liczb są 2 liczby podzielne przez 12.	**P**	**F**
Wśród podanych liczb są 2 liczby podzielne przez 18.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Liczymy sumy cyfr w każdej z podanych liczb

$$\begin{aligned} 1+2+5+8+7+5+4 &= 32 \\ 8+6+5+4+2+2 &= 27 \\ 5+4+1+8+7+1+2 &= 28 \\ 8+5+3+0+2+3+6 &= 27. \end{aligned}$$

To oznacza, że tylko druga i czwarta z tych liczb dzielą się przez 3. Te same liczby dzielą się też przez 9. Wszystkie liczby są parzyste, więc te dwie liczby dzielą się przez 18. Natomiast tylko druga z nich dzieli się przez 4, wiec wśród podanych liczb jest tylko jedna podzielna przez 12.

Odpowiedź: **F, P**

ZADANIE 4 (1 PKT)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Liczba $\sqrt[3]{500} - 8$ jest dodatnia.	**P**	**F**
Liczba $\sqrt{\sqrt{5000}} - 8$ jest ujemna.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Zauważmy, że

$$8^3 = 512$$
$$8^2 = 64$$
$$64^2 = 4096.$$

Zatem

$$\sqrt[3]{500} < \sqrt[3]{512} = 8$$
$$\sqrt{\sqrt{5000}} > \sqrt{\sqrt{4096}} = \sqrt{64} = 8.$$

Odpowiedź: F, F

ZADANIE 5 (1 PKT)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Zaokrąglenie liczby $194,486 \cdot 10^{12}$ z dokładnością do pełnych setek miliardów jest równe
A) $190 \cdot 10^{12}$ B) $195 \cdot 10^{12}$ C) $194,5 \cdot 10^{12}$ D) $194,49 \cdot 10^{12}$

ROZWIĄZANIE

Miliard to 10^9, więc dana liczba jest równa

$$194,486 \cdot 10^{12} = 194\,486 \cdot 10^9 = 194\,486 \text{ miliardów}.$$

Jej zaokrąglenie do pełnych setek miliardów jest równe

$$194\,500 \text{ miliardów} = 194\,500 \cdot 10^9 = 194,5 \cdot 10^{12}.$$

Odpowiedź: C

ZADANIE 6 (1 PKT)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Liczba 3^{14} jest 9 razy mniejsza od liczby 3^{15}.	**P**	**F**
$(-1)^{21} + (-1)^{22} + (-1)^{23} + (-1)^{24} = 0$	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Liczymy

$$3^{14} = \frac{1}{3} \cdot 3^{15}$$
$$(-1)^{21} + (-1)^{22} + (-1)^{23} + (-1)^{24} = -1 + 1 - 1 + 1 = 0.$$

Odpowiedź: **F, P**

ZADANIE 7 (1 PKT)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Liczba x, która spełnia nierówność $-\frac{17}{5} < -x$

A) może być równa $\sqrt{17}$.
B) może być równa 3,5.
C) może być równa π.
D) może być dowolną liczbą dodatnią.

ROZWIĄZANIE

Daną nierówność możemy zapisać w postaci

$$x < \frac{17}{5} = 3,4.$$

To oznacza, że ani $\sqrt{17} > \sqrt{16} = 4$, a ani 3,5 nie spełniają tej nierówności. Natomiast

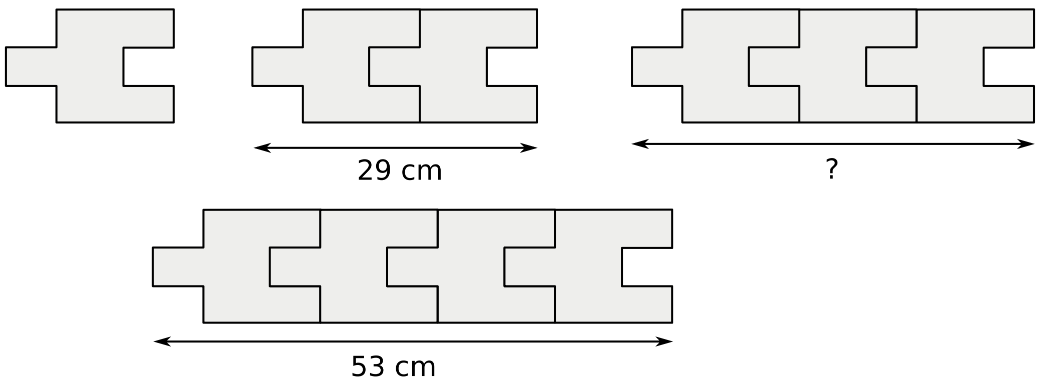
$$\pi \approx 3,1415\ldots < 3,2$$

ją spełnia.

Odpowiedź: **C**

ZADANIE 8 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono sposób ułożenia wzoru z jednakowych elementów i podano długości dwóch fragmentów tego wzoru.

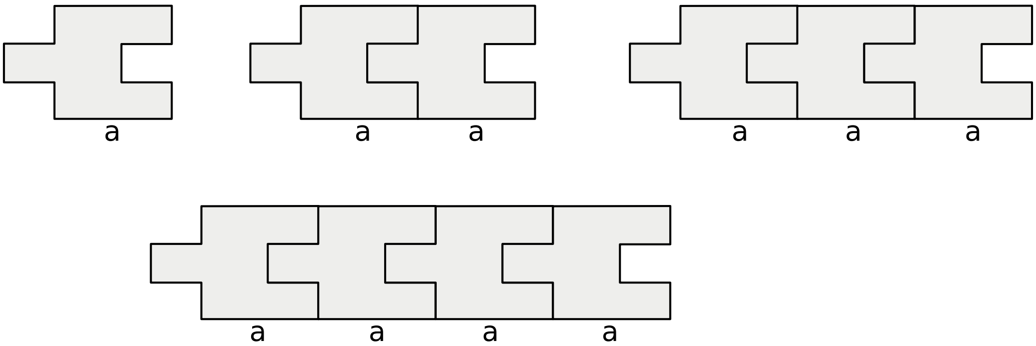


Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Fragment wzoru złożony z 3 elementów ma długość

A) 41 cm B) 42 cm C) 45 cm D) 48 cm

Rozwiązanie

Zauważmy, że długość figury złożonej z 4 elementów jest większa od długości figury złożonej z 2 elementów o dwie długości podstawy a jednej figury.



W takim razie

$$2a = 53 - 29 = 24 \quad \Rightarrow \quad a = 12.$$

Teraz wystarczy zauważyć, że szerokość figury złożonej z 3 elementów jest większa od długości od figury złożonej z 2 elementów o a, czyli jest równa

$$29 + 12 = 41.$$

Odpowiedź: **A**

Zadanie 9 (1 pkt)

W pudełku znajdują się kule w trzech kolorach. Kul niebieskich jest o 30 więcej niż kul zielonych, a kul czerwonych jest o 70 więcej niż kul niebieskich. Kule zielone i czerwone stanowią 75% wszystkich kul znajdujących się w pudełku. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

W pudełku jest cztery razy więcej kul niebieskich niż zielonych.	**P**	**F**
W pudełku jest 40 kul niebieskich.	**P**	**F**

Rozwiązanie

Jeżeli oznaczymy przez x liczbę kul niebieskich znajdujących się w pudełku, to kul zielonych jest $x - 30$, a kul czerwonych jest $x + 70$. Wiemy ponadto, że kule zielone i czerwone stanowią $75\% = \frac{3}{4}$ wszystkich kul, więc mamy równanie

$$\begin{aligned}
(x-30) + (x+70) &= \frac{3}{4}(x + (x-30) + (x+70)) \quad / \cdot 4 \\
4(2x+40) &= 3(3x+40) \\
8x + 160 &= 9x + 120 \quad \Rightarrow \quad x = 40.
\end{aligned}$$

Kul zielonych jest $x - 30 = 10$, więc rzeczywiście 4 razy mniej.

Odpowiedź: **P, P**

Informacja do zadań 10 i 11

Na loterię przygotowano 500 losów, wśród których jest 40 losów wygrywających. Każdy los wygrywający upoważnia do odbioru nagrody w wysokości 15 zł.

ZADANIE 10 (1 PKT)

Jak powinna być cena jednego losu, żeby przychód uzyskany ze sprzedaży wszystkich losów był wyższy od sumy wypłaconych nagród o 200 zł? **Zaznacz dobrą odpowiedź.**

A) 1,2 zł B) 1,6 zł C) 2,6 zł D) 2,5 zł

ROZWIĄZANIE

Z podanych informacji wiemy, że koszt wypłaty nagród to

$$40 \cdot 15 = 600 \text{ zł}.$$

Koszt jednego losu musi więc być równy

$$\frac{600+200}{500} = \frac{8}{5} = 1,6 \text{ zł}.$$

Odpowiedź: **B**

ZADANIE 11 (1 PKT)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Pierwszych 17 losów zakupionych w loterii było przegrywających. Zuzia jako 18 osoba kupuje los w tej loterii. Prawdopodobieństwo, że los Zuzi jest wygrywający jest większe niż 0,08.	**P**	**F**
W drugiej edycji tej loterii zwiększono liczbę losów wygrywających dwukrotnie, a liczbę losów przegrywających pozostawiono bez zmian. Zatem prawdopodobieństwo wygranej wzrosło w drugiej edycji dwukrotnie.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Początkowo (przy pierwszym losowaniu) prawdopodobieństwo wybrania losu wygrywającego jest równe

$$\frac{40}{500} = \frac{8}{100} = 0,08.$$

Po wyciągnięciu 17 losów przegrywających prawdopodobieństwo to jest oczywiście większe.

Jeżeli zwiększymy liczbę losów wygrywających, to prawdopodobieństwo wybrania losu wygrywającego wzrasta z

$$\frac{40}{500}$$

do

$$\frac{80}{540}.$$

Oczywiście ta druga liczba nie jest dwa razy większa od pierwszej.

Odpowiedź: **P, F**

ZADANIE 12 (1 PKT)

Dana jest kula o objętości V i polu polu powierzchni P. W tabeli przedstawiono kilka wyrażeń.

Wyrażenie	I	II	III	IV
	$\sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$	$\sqrt{\frac{P}{4\pi}}$	$\sqrt{\frac{3P}{V}}$	$\frac{3V}{P}$

Które z tych wyrażeń nie jest równe promieniowi danej kuli? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A) Wyrażenie I B) Wyrażenie II C) Wyrażenie III D) Wyrażenie IV

ROZWIĄZANIE

Objętość i pole kuli o promieniu r są odpowiednio równe

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$
$$P = 4\pi r^2$$

Mamy z tych wzorów odpowiednio

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$$
$$r = \sqrt{\frac{P}{4\pi}}.$$

Ponadto

$$\frac{V}{P} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi r^2} = \frac{r}{3},$$

czyli $r = \frac{3V}{P}$.

Odpowiedź: **C**

ZADANIE 13 (1 PKT)

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź spośród podanych

Wyrażenie $-(a-b)(-c+d)$ jest równe wyrażeniu

A) $(a+b)(-c+d)$ B) $(a+b)(c+d)$ C) $(b-a)(c-d)$ D) $(b-a)(d-c)$

ROZWIĄZANIE

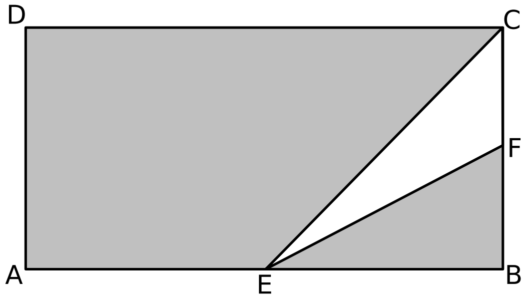
Przekształcamy dane wyrażenie

$$-(a-b)(-c+d) = -(-(b-a))(d-c) = (b-a)(d-c).$$

Odpowiedź: **D**

ZADANIE 14 (1 PKT)

Z prostokąta $ABCD$ o polu 28 wycięto trójkąt CEF, przy czym punkty E i F są środkami odpowiednio boków AB i BC.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Pole zacieniowanej figury jest równe

A) 3,5 B) 21 C) 25 D) 24,5

ROZWIĄZANIE

Pole wyciętego trójkąta jest równe

$$P_{CEF} = \frac{1}{2}CF \cdot EB = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}CB \cdot \frac{1}{2}AB = \frac{1}{8}CB \cdot AB = \frac{1}{8} \cdot 28 = \frac{1}{2} \cdot 7 = 3,5.$$

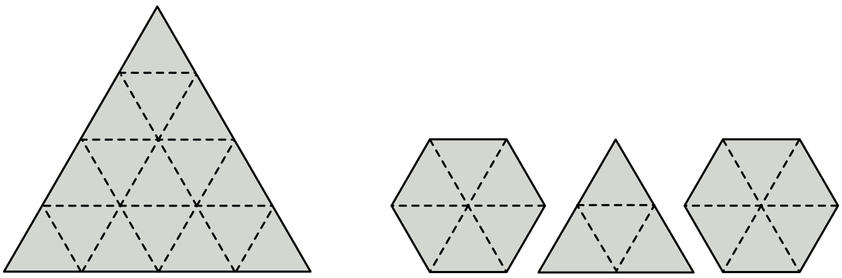
Pole zacieniowanej figury jest więc równe

$$28 - 3,5 = 24,5.$$

Odpowiedź: **D**

ZADANIE 15 (1 PKT)

Trójkąt równoboczny rozcięto na 16 przystających trójkątów (rysunek I). Z otrzymanych trójkątów ułożono dwa sześciokąty i mniejszy trójkąt równoboczny (rysunek II).



Rysunek I Rysunek II

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Obwód dużego trójkąta z rysunku I jest równy sumie obwodów figur na rysunku II.	**P**	**F**
Suma pól sześciokątów z rysunku II stanowi 75% pola dużego trójkąta z rysunku I.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Jeżeli oznaczymy przez a długość boku małego trójkąta równobocznego, na jakie pocięto trójkąt z rysunku I, to obwód dużego trójkąta na rysunku I jest równy

$$3 \cdot 4a = 12a,$$

a suma obwodów figur na rysunku II jest równa

$$6a + 6a + 6a = 18a.$$

Jeżeli teraz oznaczymy przez x pole małego trójkąta równobocznego, na jakie pocięto trójkąt z rysunku I, to pole dużego trójkąta na rysunku I jest równe $16x$, a suma pól sześciokątów z rysunku II jest równa

$$6x + 6x = 12x = \frac{3}{4} \cdot 16x = 75\% \cdot 16x.$$

Odpowiedź: F, P

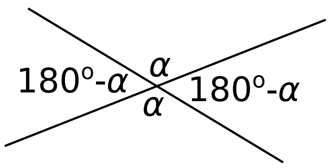
ZADANIE 16 (1 PKT)

Dwie przecinające się proste utworzyły cztery kąty. Suma miar trzech z tych kątów jest równa 300°. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Suma miar kątów ostrych wyznaczonych przez te proste jest równa 150°.	**P**	**F**
Jeden z dwóch kątów przyległych jest dwa razy większy od drugiego kąta.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Szkicujemy dwie przecinające się proste.



Dany warunek możemy zapisać w postaci

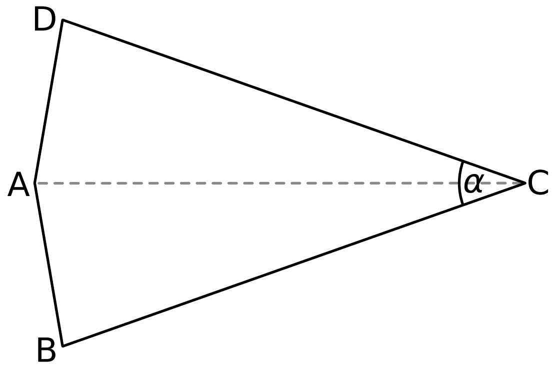
$$\alpha + (180^\circ - \alpha) + \alpha = 300^\circ$$
$$\alpha = 300^\circ - 180^\circ = 120^\circ$$
$$180^\circ - \alpha = 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ.$$

W takim razie suma kątów ostrych wyznaczonych przez te proste jest równa $2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$ oraz jeden z kątów przyległych jest dwa razy większy od drugiego.

Odpowiedź: F, P

ZADANIE 17 (1 PKT)

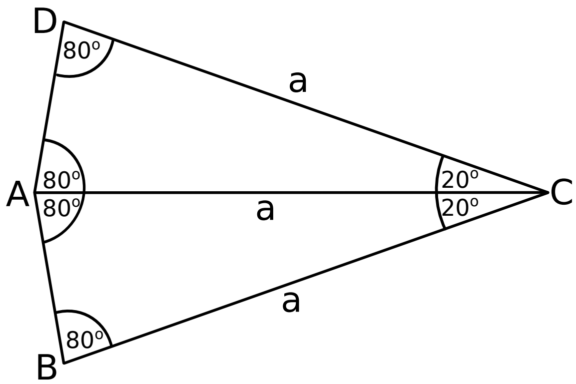
Czworokąt $ABCD$ jest deltoidem, w którym dłuższa przekątna AC ma taką samą długość jak ramiona BC i DC, a kąt DAB ma miarę 160°.



Dokończ poniższe zdanie, wybierając odpowiedź spośród podanych.
Miara kąta $\alpha = \measuredangle BCD$ jest równa
A) 20° B) 40° C) 30° D) 45°

ROZWIĄZANIE

Przekątna AC deltoidu jest jego osią symetrii, więc jest też dwusieczną kąta DAB.



Wiemy ponadto, że trójkąty ACD i ACB są równoramienne więc

$$\measuredangle ADC = \measuredangle DAC = \frac{1}{2}\measuredangle DAB = 80^\circ$$
$$\measuredangle ABC = \measuredangle BAC = \frac{1}{2}\measuredangle DAB = 80^\circ.$$

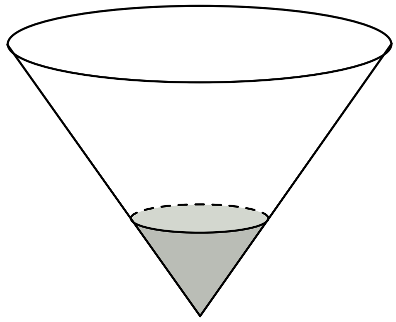
Stąd

$$\measuredangle\alpha = 2\measuredangle ACD = 2(180^\circ - 80^\circ - 80^\circ) = 2\cdot 20^\circ = 40^\circ.$$

Odpowiedź: **B**

ZADANIE 18 (1 PKT)

Zbiornik w kształcie odwróconego stożka jest napełniany wodą przy pomocy pompy pracującej ze stałą wydajnością. Napełnienie zbiornika do $\frac{1}{4}$ wysokości trwa 15 minut.



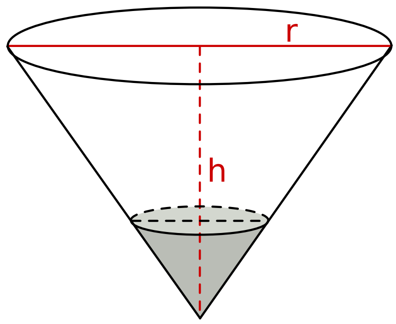
Oceń prawdziwość podanych zdań.

Napełnienie całego zbiornika trwa 16 godzin.	**P**	**F**
Napełnienie zbiornika do połowy wysokości trwa 30 minut.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Sposób I

Oznaczmy promień podstawy dużego stożka przez r, jego wysokość przez h.



Objętość dużego stożka jest więc równa

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h.$$

Promień podstawy i wysokość małego stożka (tego napełnionego wodą) to odpowiednio $\frac{r}{4}$ i $\frac{h}{4}$. Zatem jego objętość jest równa

$$V' = \frac{1}{3} \cdot \pi \left(\frac{r}{4}\right)^2 \cdot \frac{h}{4} = \frac{1}{64} \cdot \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{64}V.$$

To oznacza, że napełnienie całego zbiornika trwa

$$64 \cdot 15 = 960$$

minut, czyli 16 godzin. Objętość wody w zbiorniku wypełnionym do połowy to

$$V'' = \frac{1}{3}\cdot\pi\left(\frac{r}{2}\right)^2\cdot\frac{h}{2} = \frac{1}{8}\cdot\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{8}V.$$

W takim razie napełnienie zbiornika do połowy trwa

$$8\cdot 15 = 120 \text{ minut.}$$

Sposób II

Mniejszy stożek (ten napełniony wodą) jest podobny do dużego stożka w stosunku $1 : 4$, więc jego objętość jest równa $(\frac{1}{4})^3 = \frac{1}{64}$ objętości dużego stożka. W takim razie napełnienie całego stożka trwa

$$64\cdot 15 = 960$$

minut, czyli 16 godzin. Zbiornik napełniony wodą do połowy wysokości ma kształt stożka dwa razy większego od zbiornika wypełnionego wodą do $\frac{1}{4}$ wysokości, więc jego objętość jest 8 razy większa. W takim razie napełnienie zbiornika do połowy wysokość zajmuje

$$8\cdot 15 = 120 \text{ minut.}$$

Odpowiedź: **P, F**

ZADANIE 19 (1 PKT)

Prostokąt o wymiarach $4\sqrt{5}$ cm i $5\sqrt{5}$ cm podzielono na 20 jednakowych kwadratów.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Pole jednego kwadratu jest równe

A) 5 cm^2 B) $\sqrt{5} \text{ cm}^2$ C) $\sqrt{100} \text{ cm}^2$ D) 1 cm^2

ROZWIĄZANIE

Sposób I

Pole danego prostokąta jest równe

$$4\sqrt{5}\cdot 5\sqrt{5} = 20\cdot(\sqrt{5})^2 = 20\cdot 5 = 100.$$

W takim razie pole jednego z kwadratów na który podzielono prostokąt jest równe

$$\frac{100}{20} = 5 \text{ cm}^2.$$

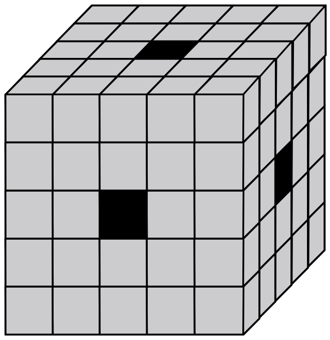
Sposób II

Prostokąt o bokach długości 4 cm i 5 cm składa się z 20 kwadratów o polu 1. Jeżeli teraz każdy z boków tego prostokąta pomnożymy przez $\sqrt{5}$, to otrzymamy prostokąt, o którym mowa w treści zadania. Składa się on więc z 20 kwadratów o boku $\sqrt{5}$ cm. Każdy z tych kwadratów ma więc pole 5 cm^2.

Odpowiedź: **A**

ZADANIE 20 (1 PKT)

Drewniany sześcian rozcięto na identyczne mniejsze sześciany, a następnie usunięto część z nich tworząc trzy puste tunele łączące przeciwległe ściany (zobacz rysunek). Otrzymana w ten sposób bryła została w całości zanurzona w niebieskiej farbie.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Otrzymana bryła składa się ze 110 małych sześcianów.	**P**	**F**
24 małe sześciany mają dokładnie jedną ścianę pomalowaną na niebiesko.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Gdyby w sześcianie nie było tuneli, to składałby się z

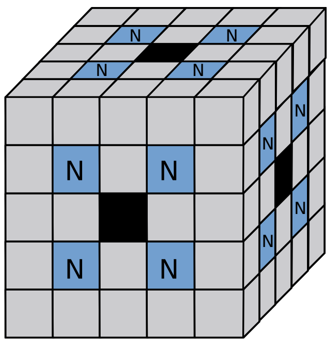
$$5^3 = 125$$

małych sześcianów. Jednak tunel góra–dół usuwa 5 sześcianów, a potem każdy z tuneli prawo–lewo i przód–tył usuwa dodatkowo 4 sześciany. W sumie jest więc

$$125 - 5 - 4 - 4 = 112$$

małych sześcianów.

Na każdej ścianie sześcianu są 4 sześcianiki z dokładnie jedną ścianą niebieską (rysunek poniżej)



W sumie są więc

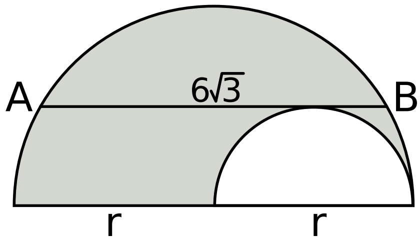
$$6 \cdot 4 = 24$$

takie sześcianiki.

Odpowiedź: F, P

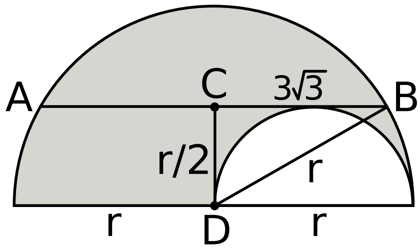
ZADANIE 21 (4 PKT)

Z półkola o promieniu r wycięto półkole o średnicy r (zobacz rysunek). Cięciwa AB jest styczna do mniejszego półkola i jest równoległa do średnicy większego półkola. Oblicz pole zacieniowanego obszaru.



ROZWIĄZANIE

Niech C będzie środkiem cięciwy AB, a D środkiem większego półkola.



W trójkącie prostokątnym BCD odcinek CD ma długość równą promieniowi mniejszego półkola, a odcinek BD długość równą promieniowi większego półkola. W takim razie na mocy twierdzenia Pitagorasa mamy

$$BD^2 = CD^2 + BC^2$$
$$r^2 = \frac{r^2}{4} + 9 \cdot 3$$
$$\frac{3}{4}r^2 = 27 \quad \Rightarrow \quad r^2 = 36 \quad \Rightarrow \quad r = 6$$

Pole zacieniowanego obszaru jest więc równe

$$\frac{1}{2}\pi r^2 - \frac{1}{2}\pi\left(\frac{r}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\cdot\pi\cdot 36 - \frac{1}{2}\cdot\pi\cdot 9 = 18\pi - \frac{9\pi}{2} = \frac{27\pi}{2}.$$

Odpowiedź: $\frac{27\pi}{2}$

ZADANIE 22 (3 PKT)

Do pomalowania 1440 m^2 ścian hali magazynowej potrzeba 6 dużych i 2 małych wiader farby, albo 3 dużych i 7 małych wiader farby. Ile co najmniej dużych wiader farby potrzeba do pomalowania ścian tej hali magazynowej? Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE

Niech x oznacza wydajność (w m^2) dużego, a y małego wiadra farby. Wiemy zatem, że

$$\begin{cases} 1440 = 6x + 2y \\ 1440 = 3x + 7y. \end{cases}$$

Jeżeli podzielimy pierwsze równanie przez 2, to mamy

$$720 = 3x + y.$$

Podstawiamy $3x = 720 - y$ do drugiego równania.

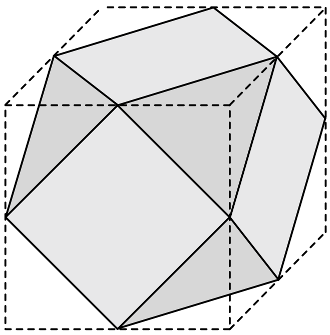
$$\begin{aligned} 1440 &= 3x + 7y = 720 - y + 7y = 720 + 6y \\ 720 &= 6y \quad \Rightarrow \quad y = 120. \end{aligned}$$

Stąd $3x = 720 - y = 600$, czyli $x = 200$. To oznacza, że do pomalowania 1440 m^2 potrzeba co najmniej 8 dużych wiader farby.

Odpowiedź: **Do pomalowania ścian potrzeba co najmniej 8 dużych wiader farby.**

ZADANIE 23 (3 PKT)

W kostce mającej kształt sześcianu o krawędzi długości 6 ścięto wszystkie naroża płaszczyznami przechodzącymi przez środki odpowiednich krawędzi (zobacz rysunek). Oblicz objętość otrzymanej bryły.



ROZWIĄZANIE

Objętość danej bryły najłatwiej jest obliczyć odejmując od objętości sześcianu objętość odciętych naroży. Na każde naroże możemy patrzeć jak na ostrosłup, który w podstawie ma trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 3, i który ma wysokość 3. Objętość takiego ostrosłupa jest równa

$$\frac{1}{3}P_p \cdot H = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3\right) \cdot 3 = \frac{9}{2}.$$

Zatem objętość bryły jest równa

$$V = 6^3 - 8 \cdot \frac{9}{2} = 216 - 36 = 180.$$

Odpowiedź: **180**