PRÓBNY EGZAMIN GIMNAZJALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

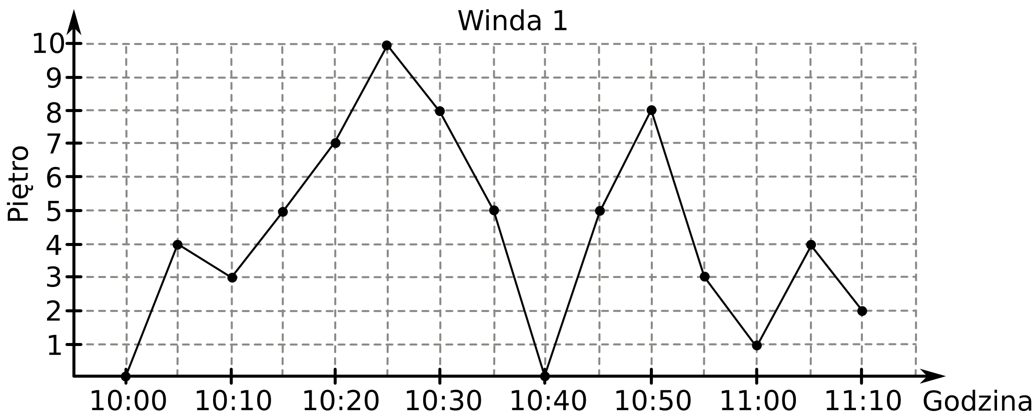
WWW.ZADANIA.INFO

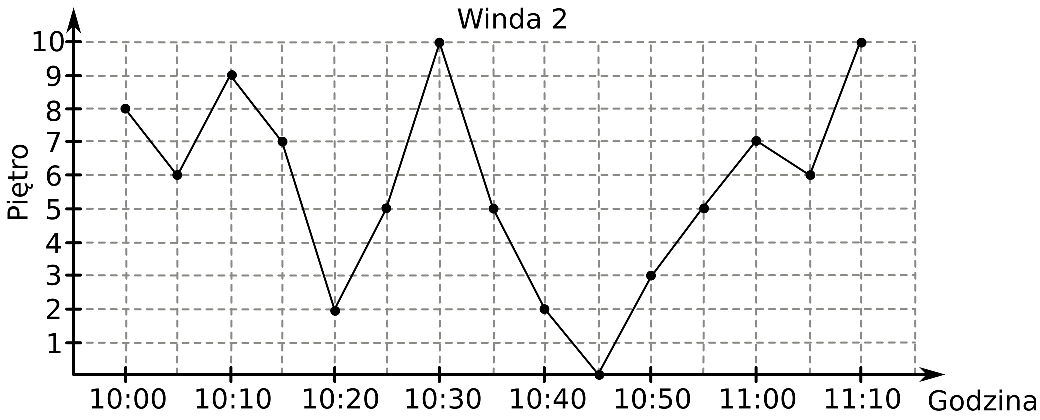
7 KWIETNIA 2018

CZAS PRACY: 90 MINUT

Informacja do zadań 1 i 2

W budynku przeprowadzono test dwóch zainstalowanych w nim wind. W czasie procedury testowej każda z wind co 5 minut zatrzymywała się na jednym z pięter. Wykresy przedstawiają położenie każdej z wind w trakcie 70 minutowej procedury testowej.





ZADANIE 1 (1 PKT)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

W trakcie testu windy czterokrotnie znalazły się na tej samej wysokości.	**P**	**F**
Windy dwa razy zatrzymały się w tym samym czasie na tym samym piętrze.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Do godziny 10:15 pierwsza winda była poniżej drugiej windy, ale o 10:20 była już wyżej. W międzyczasie windy musiały się znaleźć na tej samej wysokości. Podobna sytuacja miała jeszcze miejsce między 10:25 a 10:30, o 10:35, między 10:40 a 10:45, oraz między 10:50 a 10:55. W sumie windy znalazły się na tej samej wysokości 5 razy.

Windy tylko raz zatrzymały się na tym samym piętrze: o 10:35 obydwie zatrzymały się na 5 piętrze.

Odpowiedź: **F, F**

ZADANIE 2 (1 PKT)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Maksymalna prędkość względna, z jaką poruszały się w stosunku do siebie windy, jest równa
A) 5 piętr na minutę B) 1,4 piętra na minutę C) 10 pięter na minutę D) 2 piętra na minutę

ROZWIĄZANIE

Każda z winda poruszała się z maksymalną prędkością 5 pięter na 5 minut, ale nigdy nie poruszają się z tą maksymalną prędkością w tym samym czasie. Natomiast kilka razy poruszają się za względną prędkością $5 + 2 = 7$ pięter na 5 minut, czyli 1,4 piętra na minutę. Tak jest pomiędzy 10:15 a 10:20, pomiędzy 10:25 a 10:30, 10:40 a 10:45 i pomiędzy 10:50 a 10:55.

Odpowiedź: **B**

ZADANIE 3 (1 PKT)

Dane są cztery wyrażenia:

$$\text{I. } \frac{4}{3} : (-4) \qquad \text{II. } \frac{4}{3} \cdot (-4) \qquad \text{III. } \frac{4}{3} + (-4) \qquad \text{IV. } -\frac{4}{3} - 4$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Największą wartość ma wyrażenie
A) I B) II C) III D) IV

ROZWIĄZANIE

Liczymy

$$\begin{aligned} \frac{4}{3} : (-4) &= -\frac{1}{3} \\ \frac{4}{3} \cdot (-4) &= -\frac{16}{3} \\ \frac{4}{3} + (-4) &= \frac{4-12}{3} = -\frac{8}{3} \\ -\frac{4}{3} - 4 &= \frac{-4-12}{3} = -\frac{16}{3}. \end{aligned}$$

Odpowiedź: **A**

ZADANIE 4 (1 PKT)

Dana jest funkcja określona wzorem $f(x) = 5 - x^2$, gdzie x jest liczbą rzeczywistą.
Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub zaznacz F – jeśli jest fałszywe.

Dla argumentu $-\sqrt{3}$ funkcja f przyjmuje wartość 8.	**P**	**F**
Są dwa różne argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartość 3.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Liczymy

$$f(-\sqrt{3}) = 5 - (-\sqrt{3})^2 = 5 - 3 = 2.$$

Jeżeli $f(x) = 3$, to

$$5 - x^2 = 3$$
$$2 = x^2.$$

Oczywiście są dwie liczby spełniające ten warunek: $x = \sqrt{2}$ i $x = -\sqrt{2}$.

Odpowiedź: **F, P**

ZADANIE 5 (1 PKT)

Dana jest liczba trzycyfrowa. W tej liczbie cyfrą setek jest a, cyfrą dziesiątek jest b, cyfrą jedności jest c oraz spełnione są warunki: $a + b + c = 6$, $c = 2b$. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Warunki zadania spełniają dwie liczby.	**P**	**F**
Wszystkie liczby spełniające warunki zadania są podzielne przez 24.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Wiemy, że ostatnia cyfra danej liczby jest parzysta. Jeżeli $c = 0$, to $b = 0$ i dana liczba to 600. Jeżeli $c = 2$, to $b = 1$ i dana liczba to 312. Innych możliwości nie ma, bo jeżeli $c \geqslant 4$, to $b \geqslant 2$ i nie uda nam się dobrać a.

Oczywiście obie liczby dzielą się przez 24.

Odpowiedź: **P, P**

ZADANIE 6 (1 PKT)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Liczba $2^{12}\cdot 5^9$ ma 10 cyfr.	**P**	**F**
Suma cyfr liczby $12\cdot 2^7\cdot 5^9$ jest równa 3.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Zauważmy, że

$$2^{12}\cdot 5^9 = 2^3\cdot 2^9\cdot 5^9 = 2^3\cdot(2\cdot 5)^9 = 8\cdot 10^9 = 8\,000\,000\,000.$$

Liczba ta rzeczywiście ma 10 cyfr. Podobnie

$$12\cdot 2^7\cdot 5^9 = 3\cdot 2^2\cdot 2^7\cdot 5^9 = 3\cdot(2\cdot 5)^9 = 3\cdot 10^9 = 3\,000\,000\,000.$$

Suma cyfr tej liczby to 3.

Odpowiedź: **P, P**

ZADANIE 7 (1 PKT)

Dane są trzy wyrażenia:

$$\text{I. } 3\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{3} \qquad \text{II. } \frac{3\sqrt{27}}{\sqrt{3}} \qquad \text{III. } (3\sqrt{2})^2.$$

Wartości których wyrażeń są większe od 6? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A) Tylko I i II. B) Tylko I i III. C) Tylko II i III. D) I, II i III.

ROZWIĄZANIE

Liczymy

$$3\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{3} = 3\cdot 2\cdot(\sqrt{3})^2 = 6\cdot 3 = 18$$

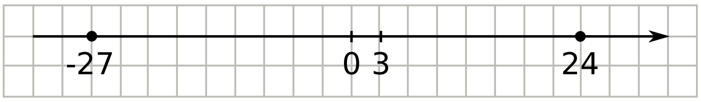
$$\frac{3\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = 3\cdot\sqrt{\frac{27}{3}} = 3\sqrt{9} = 3\cdot 3 = 9$$

$$(3\sqrt{2})^2 = 3^2\cdot(\sqrt{2})^2 = 9\cdot 2 = 18.$$

Odpowiedź: **D**

ZADANIE 8 (1 PKT)

Dane są dwie liczby x i y. Wiadomo, że $x \geqslant -27$ oraz $y \leqslant 24$.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Największa możliwa wartość różnicy $y - x$ jest równa:
A) 0 B) -27 C) 51 D) 24

ROZWIĄZANIE

Jeżeli $x \geqslant -27$, to $-x \leqslant 27$. Zatem

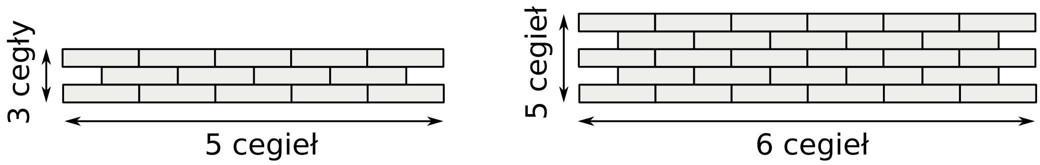
$$y - x \leqslant 24 + 27 = 51.$$

Taką wartość to wyrażenie przyjmuje dla $x = -27$ i $y = 24$.

Odpowiedź: **C**

Informacja do zadań 9 i 10

Na rysunku przedstawiono schemat budowy muru z cegieł oraz dwa przykładowe mury: jeden o szerokości 5 i wysokości 3 cegieł oraz drugi o szerokości 6 i wysokości 5 cegieł.



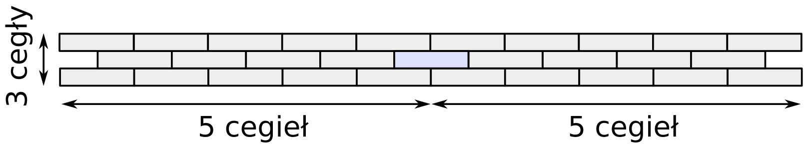
ZADANIE 9 (1 PKT)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Jeżeli zwiększamy szerokość muru dwukrotnie, to liczba cegieł potrzebnych do jego budowy również rośnie dwukrotnie.	**P**	**F**
W każdym ze zbudowanych w ten sposób murów liczba cegieł jest liczbą parzystą.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Do budowy muru o szerokości 5 i wysokości 3 potrzeba 14 cegieł, a do budowy muru o tej samej wysokości, ale szerokości 10 potrzeba $14 + 14 + 1 = 29$ cegieł.



Ten sam przykład pokazuje, że liczba cegieł w murze może być liczbą nieparzystą.

Odpowiedź: **F, F**

ZADANIE 10 (1 PKT)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Do zbudowania muru o szerokości n i wysokości 11 cegieł potrzeba
A) $11n$ cegieł. B) $11n - 5$ cegieł. C) $11n - 1$ cegieł. D) $11n - 6$ cegieł.

ROZWIĄZANIE

W murze o szerokości n i wysokości 11 cegieł jest 6 warstw z n cegłami oraz 5 warstw z $n - 1$ cegłami. W sumie potrzeba więc

$$6n + 5(n - 1) = 6n + 5n - 5 = 11n - 5$$

cegieł.

Odpowiedź: **B**

ZADANIE 11 (1 PKT)

Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.
Pary liczb $(x, y) = (2, -1)$ i $(x, y) = (5, -2)$ należą do zbioru rozwiązań układu równań

A) $\begin{cases} x + 3y = -1 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$ B) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases}$ C) $\begin{cases} 2x + 6y = -2 \\ 3x + 9y = -3 \end{cases}$ D) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases}$

ROZWIĄZANIE

Jeżeli układ równań ma mieć więcej niż jedno rozwiązanie, to musi być nieoznaczony. Wśród podanych układów są dwa takie:

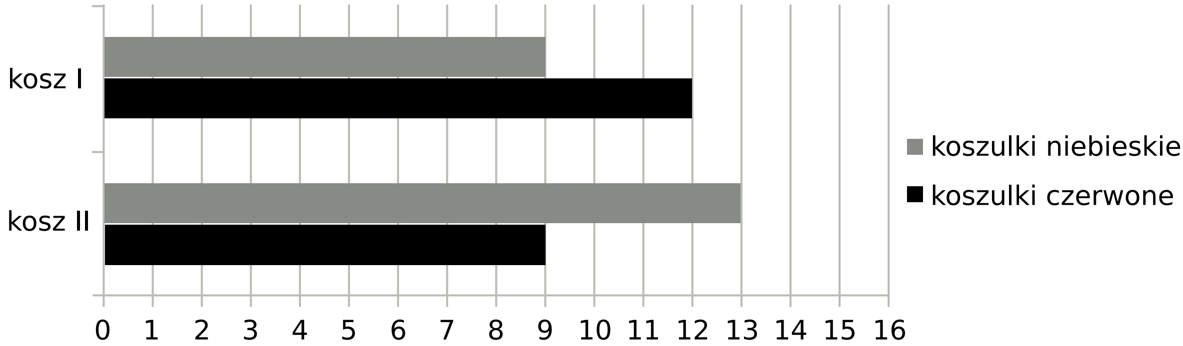
$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases} \quad \text{i} \quad \begin{cases} 2x + 6y = -2 \\ 3x + 9y = -3 \end{cases}$$

Pierwszy układ jest równoważny równaniu $2x + y = 3$, a drugi równaniu $x + 3y = -1$. Łatwo sprawdzić, że tylko drugie z tych równań spełniają obie podane pary (x, y).

Odpowiedź: **C**

ZADANIE 12 (1 PKT)

W dwóch koszach umieszczono koszulki niebieskie i czerwone. Na diagramie przedstawiono liczbę koszulek każdego koloru w I i w II koszu.



Czy wylosowanie niebieskiej koszulki z kosza I jest bardziej prawdopodobne niż wylosowanie czerwonej koszulki z kosza II? Wybierz odpowiedź T albo N i jej uzasadnienie spośród A, B albo C.

T	N

	Uzasadnienie
A.	w koszu I jest tyle samo koszulek niebieskich ile jest koszulek czerwonych w koszu II.
B.	stosunek liczby koszulek niebieskich do liczby koszulek czerwonych w I koszu jest taki sam jak stosunek liczby koszulek czerwonych do liczby koszulek niebieskich w II koszu.
C.	w koszu II jest więcej koszulek niebieskich niż jest koszulek czerwonych w pierwszym koszu.

ROZWIĄZANIE

Prawdopodobieństwo wylosowania koszulki niebieskiej z pierwszego kosza jest równe

$$\frac{9}{9+12} = \frac{9}{21},$$

a prawdopodobieństwo wylosowania koszulki czerwonej z drugiego kosza jest równe

$$\frac{9}{9+13} = \frac{9}{22}.$$

Pierwsza liczba rzeczywiście jest większa. Tak jest, bo w pierwszym koszu jest mniej koszulek czerwonych niż jest koszulek niebieskich w drugim koszu.

Odpowiedź: **T i C**

ZADANIE 13 (1 PKT)

Właściciel sklepu przemysłowego kupił n opakowań 5-kilogramowego proszku do prania w cenie c złotych za kilogram. Zakupiony proszek sprzedał za łączną kwotę 3200 zł. Od uzyskanego przychodu, czyli od różnicy między kwotą uzyskaną ze sprzedaży i kosztami zakupu musi zapłacić podatek dochodowy w wysokości 19%. **Które wyrażenie przedstawia wysokość podatku jaki musi zapłacić właściciel tego sklepu? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

A) $0,19(3200-nc)$ B) $0,19(3200-5nc)$ C) $0,19(nc-3200)$ D) $0,81(3200-5nc)$

ROZWIĄZANIE

Dochód uzyskany ze sprzedaży, to

$$3200-5nc,$$

więc wysokość podatku to

$$19\% \cdot (3200-5nc) = 0,19(3200-5nc).$$

Odpowiedź: **B**

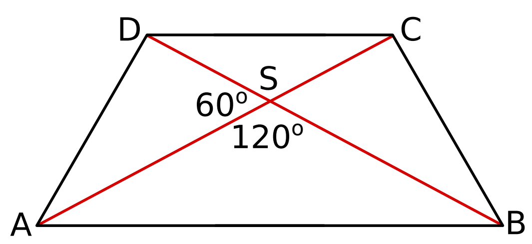
ZADANIE 14 (1 PKT)

Przekątne trapezu równoramiennego przecinają się pod kątem 120° i dzielą się w stosunku 2:1. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Jeden z kątów trapezu ma miarę 60°.	**P**	**F**
Przekątna dzieli jeden z kątów trapezu w stosunku 3:1.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Szkicujemy trapez.



Jeżeli kąt rozwarty między przekątnymi trapezu ma miarę 120°, to kąt ostry ma miarę 60°. Wiemy ponadto, że $AS = 2SD$, więc trójkąt ASD jest podobny do połówki trójkąta równobocznego (cecha bkb). W szczególności

$$\measuredangle ADS = 90^\circ$$
$$\measuredangle DAS = 30^\circ.$$

Wiemy też, że trójkąt ABS jest równoramienny, więc

$$\measuredangle SAB = \measuredangle SBA = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ.$$

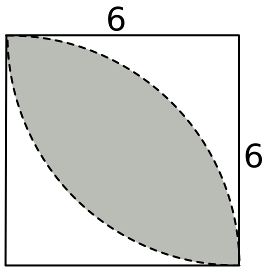
Stąd $\measuredangle DAB = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$ oraz

$$\measuredangle ADS = 90^\circ = 3 \cdot SDC = 3 \cdot 30^\circ.$$

Odpowiedź: **P, P**

ZADANIE 15 (1 PKT)

W kwadracie o boku 6 narysowano dwie ćwiartki okręgu o promieniu 6 (patrz rysunek).



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Pole zacieniowanej figury jest równe $18\pi - 36$	**P**	**F**
Obwód zacieniowanej figury jest mniejszy od 21.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Pole kwadratu o boku 6 jest równe 36, a pole ćwiartki koła o promieniu 6 wynosi

$$\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 6^2 = 9\pi.$$

W takim razie białe naroże odcięte od kwadratu ma pole

$$36 - 9\pi,$$

a pole zacieniowanej figury jest równe

$$36 - 2(36 - 9\pi) = 18\pi - 36.$$

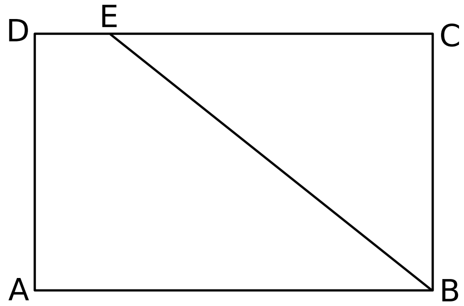
Obwód tej figury to połowa długości okręgu o promieniu 6, czyli jest równy

$$\frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 6 = 6\pi < 6 \cdot 3,5 = 21.$$

Odpowiedź: **P, P**

ZADANIE 16 (1 PKT)

Na boku CD prostokąta $ABCD$ o bokach długości 12 cm i 20 cm wybrano punkt E w ten sposób, że pole czworokąta $ABED$ jest równe 144 cm^2.



Dokończ zdanie. Zaznacz dobrą odpowiedź.
Długość odcinka BE jest równa
A) 20 B) 24 C) 18 D) 16

ROZWIĄZANIE

Pole całego prostokąta jest równe $12 \cdot 20 = 240$, więc pole trójkąta BCE jest równe

$$P_{BCE} = 240 - 144 = 96.$$

Z drugiej strony,

$$96 = P_{BCE} = \frac{1}{2}BC \cdot EC = 6EC \quad \Rightarrow \quad EC = \frac{96}{6} = 16.$$

Teraz korzystamy z twierdzenia Pitagorasa.

$$BE = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} = 20.$$

Odpowiedź: **A**

ZADANIE 17 (1 PKT)

W restauracji znajdują się dwa akwaria w kształcie prostopadłościanów. Większe z nich ma wymiary 120 cm, 80 cm, 100 cm. Mniejsze akwarium napełniono wodą do połowy jego wysokości, a następnie przelano tę wodę do większego akwarium i przelana woda wypełniła 25% objętości większego akwarium. **Jaka jest objętość mniejszego akwarium? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**
A) 480 B) 240 C) 120 D) 360

ROZWIĄZANIE

Obliczmy najpierw objętość większego akwarium.

Jest ona równa

$$120 \cdot 80 \cdot 100 \text{ cm}^3 = 960\,000 \text{ cm}^3 = 960 \text{ litrów.}$$

To oznacza, że z mniejszego akwarium przelano do niego

$$\frac{1}{4} \cdot 960 = 240 \text{ litrów.}$$

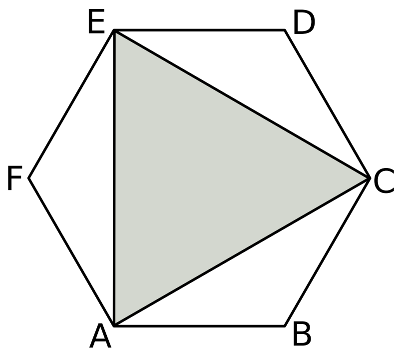
Objętość mniejszego akwarium jest więc równa

$$2 \cdot 240 = 480 \text{ litrów.}$$

Odpowiedź: **A**

ZADANIE 18 (1 PKT)

W sześciokącie foremnym $ABCDEF$ poprowadzono trzy przekątne i otrzymano trójkąt ACE.

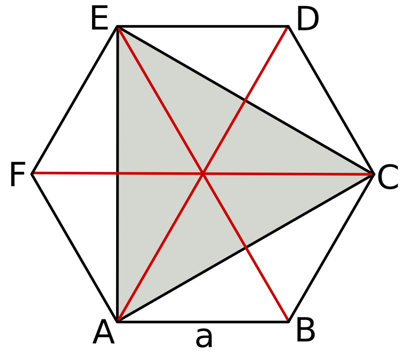


Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Obwód trójkąta ACE jest większy niż $\frac{3}{4}$ obwodu sześciokąta $ABCDEF$.	**P**	**F**
Pole trójkąta ACE stanowi połowę pola sześciokąta $ABCDEF$.	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE

Sześciokąt foremny składa się z 6 trójkątów równobocznych.



Widać z rysunku, że pole zacieniowanego trójkąta ACE jest takie same jak pole trzech małych trójkątów równobocznych, więc faktycznie stanowi połowę pola całego sześciokąta.

Z obwodem sytuacja jest mniej oczywista. Jeżeli oznaczymy długość boku sześciokąta przez a, to bok trójkąta ACE jest dwa razy dłuższy od wysokości małego trójkąta równobocznego

$$AE = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

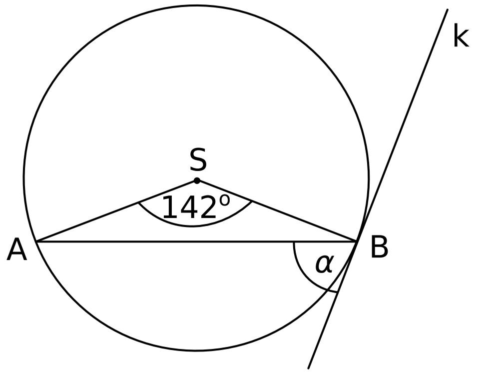
W takim razie stosunek obwodu trójkąta do obwodu sześciokąta jest równy

$$\frac{3a\sqrt{3}}{6a} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{12}}{4} > \frac{\sqrt{9}}{4} = \frac{3}{4}.$$

Odpowiedź: **P, P**

ZADANIE 19 (1 PKT)

W okręgu o środku S zaznaczono kąt oparty na łuku AB. Przez punkt B poprowadzono prostą k styczną do okręgu.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Zaznaczony na rysunku kąt α zawarty między styczną k i cięciwą AB ma miarę

A) 19° B) 38° C) 71° D) 69°

ROZWIĄZANIE

Sposób I

Zauważmy, że trójkąt ABS jest równoramienny, więc

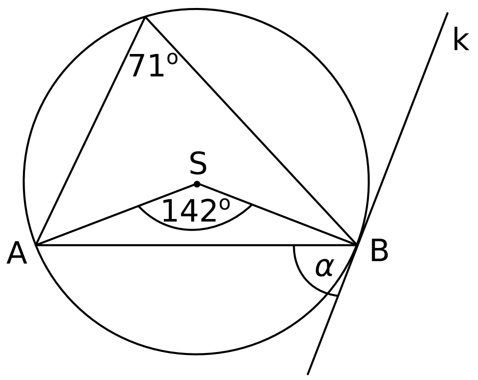
$$\measuredangle ABS = \frac{180^\circ - 142^\circ}{2} = \frac{38^\circ}{2} = 19^\circ.$$

Styczna k jest prostopadła do promienia SB, więc

$$\alpha = 90^\circ - 19^\circ = 71^\circ.$$

Sposób II

Tym razem skorzystamy z twierdzenia o stycznej.



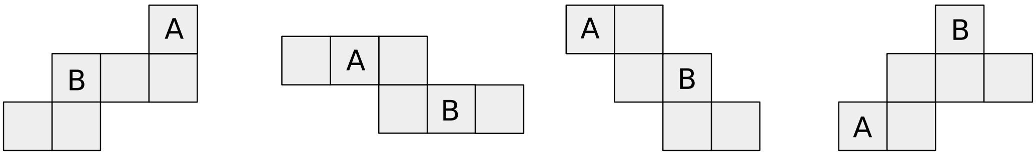
Na mocy tego twierdzenia interesujący nas kąt α między sieczną i styczną ma taką samą miarę jak kąt wpisany oparty na cięciwie AB. Stąd

$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot 142^\circ = 71^\circ.$$

Odpowiedź: **C**

ZADANIE 20 (1 PKT)

Z przedstawionych na rysunku siatek sklejono cztery sześciany.

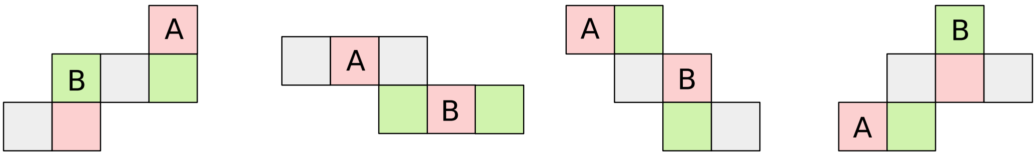


W ilu z tych sześcianów naprzeciwko ściany oznaczonej literą A znajduje się ściana oznaczona literą B? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

ROZWIĄZANIE

Ściany A i B leżą naprzeciwko siebie tylko w drugim i trzecim sześcianie.



Odpowiedź: **B**

ZADANIE 21 (2 PKT)

Wykaż, że jeżeli $a+3=-1\frac{2}{7}$ i $b-2a=\frac{7}{9}$, to wartość wyrażenia $ab-2a^2-6a+3b$ jest równa -1.

ROZWIĄZANIE

Sposób I

Przekształcamy dane wyrażenie.

$$\begin{aligned} ab-2a^2-6a+3b &= a(b-2a)-3(2a-b)=a(b-2a)+3(b-2a)= \\ &= (a+3)(b-2a)=-\frac{9}{7}\cdot\frac{7}{9}=-1. \end{aligned}$$

Sposób II

Wiemy, że

$$a=-1\frac{2}{7}-3=-4\frac{2}{7}=-\frac{30}{7}$$

i

$$b=2a+\frac{7}{9}=-\frac{60}{7}+\frac{7}{9}=\frac{-540+49}{63}=-\frac{491}{63}.$$

Stąd

$$\begin{aligned} ab-2a^2-6a+3b &= \left(-\frac{30}{7}\right)\cdot\left(-\frac{491}{63}\right)-2\cdot\left(-\frac{30}{7}\right)^2+6\cdot\frac{30}{7}-3\cdot\frac{491}{63}= \\ &= \frac{30}{7}\cdot\left(\frac{491}{63}-\frac{60}{7}\right)+3\left(\frac{60}{7}-\frac{491}{63}\right)= \\ &= \frac{30}{7}\cdot\frac{491-540}{63}+3\cdot\frac{540-491}{63}=\frac{30}{7}\cdot\left(-\frac{49}{63}\right)+3\cdot\frac{49}{63}= \\ &= -\frac{10}{3}+\frac{7}{3}=-\frac{3}{3}=-1. \end{aligned}$$

ZADANIE 22 (2 PKT)

Grupa motocyklistów w ciągu czterech dni pokonała dystans 221 km, przy czym liczby pokonanych kilometrów w kolejnych dniach są do siebie w proporcji 3 : 5 : 7 : 2. Oblicz ile kilometrów motocykliści pokonywali w kolejnych dniach.

ROZWIĄZANIE

Z podanych informacji wiemy, że liczby kilometrów pokonywane w kolejnych dniach możemy oznaczyć przez $3x, 5x, 7x$ i $2x$ dla pewnej liczby x. Mamy ponadto

$$221 = 3x + 5x + 7x + 2x = 17x.$$

Stąd $x = \frac{221}{17} = 13$ i w kolejnych dniach motocykliści przejechali kolejno

$$3x = 39,\ 5x = 65,\ 7x = 91,\ 2x = 26 \text{ kilometrów.}$$

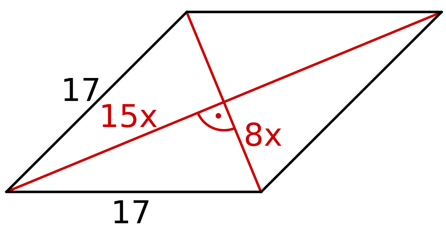
Odpowiedź: **39 km, 65 km, 91 km, 26 km**

ZADANIE 23 (2 PKT)

Obwód rombu wynosi 68 cm, a długość jednej z jego przekątnych stanowi 187,5% długości drugiej przekątnej. Oblicz pole tego rombu.

ROZWIĄZANIE

Szkicujemy romb.



Wiemy, że stosunek długości przekątnych jest równy

$$187,5\% = \frac{187,5}{100} = \frac{37,5}{20} = \frac{7,5}{4} = \frac{15}{8}.$$

Więc możemy oznaczyć połowy długości przekątnych przez $15x$ i $8x$. Na mocy twierdzenia Pitagorasa mamy więc

$$17^2 = 289 = (15x)^2 + (8x)^2 = 225x^2 + 64x^2 = 289x^2.$$

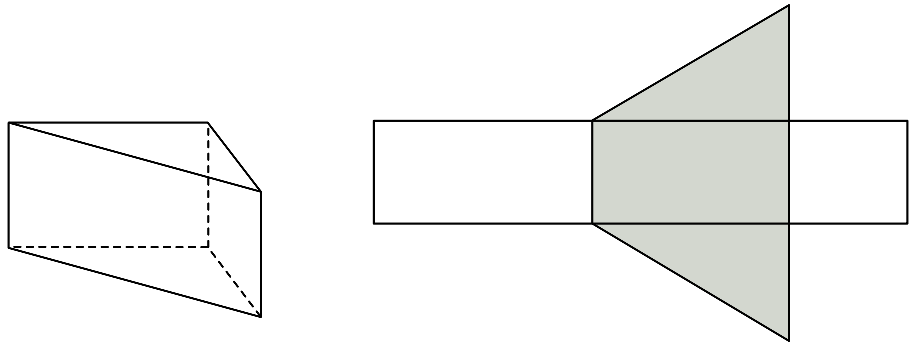
Mamy stąd $x = 1$ i pole rombu jest równe

$$4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 8 = 240.$$

Odpowiedź: 240 **cm**^{2}

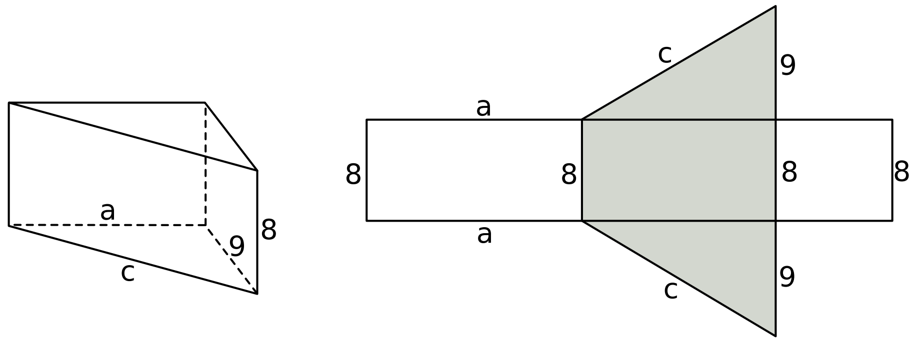
ZADANIE 24 (4 PKT)

Na rysunku przedstawiono graniastosłup prosty o podstawie trójkąta prostokątnego i jego siatkę. Najkrótsza krawędź podstawy graniastosłupa ma długość 9 cm, a wysokość graniastosłupa ma długość 8 cm. Pole zacieniowanej części siatki graniastosłupa jest równe 204 cm^2. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa. Zapisz obliczenia.



ROZWIĄZANIE

Oznaczmy przez a długość drugiej przyprostokątnej podstawy graniastosłupa.



Z podanego pola zacieniowanego trapezu mamy

$$204 = \frac{8+8+9+9}{2} \cdot a = (8+9) \cdot a = 17 \cdot a.$$

Stąd $a = \frac{204}{17} = 12$. Obliczamy jeszcze długość c przeciwprostokątnej podstawy graniastosłupa.

$$c = \sqrt{a^2+9^2} = \sqrt{144+81} = \sqrt{225} = 15.$$

Pole podstawy graniastosłupa jest więc równe

$$P_p = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 9 = 6 \cdot 9 = 54.$$

Pole powierzchni bocznej jest równe

$$P_b = (15+12+9) \cdot 8 = 36 \cdot 8 = 288.$$

Pole powierzchni całkowitej graniastosłupa jest zatem równe

$$P_c = 2P_p + P_b = 108 + 288 = 396 \text{ cm}^2.$$

Odpowiedź: 396 $\mathbf{cm}^2$